



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)**

**Факультет «Энергетика и нефтегазопромышленность»**

**Кафедра «Машины и оборудование нефтегазового комплекса»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по дисциплине «Перспективы применения передач зацеплением»**

**Ростов-на-Дону**

**2017**

## **Методические рекомендации**

### **по изучению дисциплины «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов»**

#### **1 Планирование и организация времени необходимого для изучения данной дисциплины**

Дисциплина «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов» является одной из дисциплин базового цикла в подготовке магистров направления 15.04.02 «Технологические машины и оборудование», ОПОП «Совершенствование элементов конструкций машин и оборудования нефтегазовых промыслов».

Целью курса «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов» является изучение магистрантами основных направлений развития и совершенствования передач зацеплением в условиях современного уровня развития техники и технологии и достижений научно-технического прогресса.

Задачами дисциплины являются: ознакомление магистрантов с основными направлениями и методами совершенствования передач зацеплением и разработки их новых типов для повышения эффективности применения в машинах и оборудовании нефтегазовых промыслов, работающих в особо тяжёлых условиях эксплуатации, при требованиях минимальных габаритов и массы.

Изучение дисциплины включает:

- лекционные занятия – 16 час. (очная форма обучения), 6 час. (заочная);
- практические занятия – 34 час. (очная форма обучения), 6 час. (заочная);
- самостоятельную работу – 58 час. (очная форма обучения), 116 час. (заочная).

Формы контроля:

экзамен во 2 семестре (очная форма обучения), во 2 семестре (заочная).

Залогом успешного освоения этой дисциплины является обязательное посещение лекционных и практических занятий.

На практических занятиях материал, изложенный на лекциях, закрепляется при рассмотрении конкретных задач связанных с рассмотрением перспектив применения различных типов передач зацеплением в машинах и оборудовании, используемых на нефтегазовых промыслах. Например, в приводных частях насосов высокого давления строительства и сервиса нефтегазовых скважин, в приводах бурового оборудования (роторы, лебёдки, верхний привод), планетарные зубчатые передачи в механических и автоматических коробках перемены передач нефтегазопромыслового оборудования.

Затраты времени на самостоятельную работу в первом и во втором семестрах следует планировать, исходя из следующих рекомендаций:

- усвоение лекционного материала – 10 час.; (очная форма обучения), 6 час. (заочная);
- подготовку к практическим занятиям – 10 час.; (очная форма обучения), 16 час. (заочная);
- подготовка к рейтинговому контролю – 14 час (очная форма обучения);
- выполнение контрольной работы – 22 час. (заочная форма обучения);
- подготовку к экзамену – 24 час.; (очная форма обучения), 24 час. (заочная).

## **2 Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса**

Ниже перечислены учебно-методические материалы, ознакомление с которыми является обязательным при выполнении всех видов самостоятельной работы и подготовки к рубежному контролю и экзамену.

1. Конспект лекций.
2. Харитонов С.А., Нагайцев М.В., Юдин Е.Г Расчет и проектирование планетарных коробок передач Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2012.
3. Фомин М.В. [Планетарно-цевочные передачи](#) Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2009.

## **3 Рекомендации по работе с литературой**

Работу с литературой следует начинать со знакомства с картой методического обеспечения дисциплины (см. раздел 6 рабочей программы), в которой перечислены основная и дополнительная литература и другие издания, необходимые для работы на практических занятиях.

С ними можно ознакомиться в библиотеке ДГТУ, а также на сайте <http://de.dstu.edu.ru>.

Каждый из разделов тематического плана дисциплины (см. раздел 2 рабочей программы) снабжен ссылками на источники из раздела 6, что упрощает поиск необходимой информации.

Выбрав нужный источник, следует найти интересующий раздел по оглавлению или алфавитному указателю, а также одноименный раздел собственного конспекта.

Особое внимание следует уделить приводимым алгоритмам графических построений аналитических вычислений и соответствующим комментариям. В случае возникновения затруднений следует обратиться к другим источникам, где изложение может оказаться более доступным и понятным.

Необходимо отметить, что работа с учебной и справочной литературой не только полезна как средство более глубокого изучения любой дисциплины, но и является неотъемлемой частью профессиональной деятельности будущего специалиста.

#### **4 Подготовка экзамену**

Подготовка к экзамену является завершающим этапом в изучении дисциплины.

Повторение учебного материала следует начинать с первого практического занятия, поскольку знания, умения и навыки формируются в течении всего периода обучения, последовательно, от простого к сложному, базируясь на ранее изложенном материале.

Обязательным при подготовке к контрольным мероприятиям является повторение теоретического материала по конспекту лекций и выбранной литературе.

#### **5 Формы текущего, промежуточного, рубежного и итогового контроля**

##### **5.1 Текущий контроль**

Текущий контроль охватывает все три организационные составляющие работы студентов на лекциях, практических занятиях и самостоятельную работу.

В ходе лекции преподаватель выборочно задаёт вопросы по излагаемому материалу, при этом лектор может легко оценить как уровень усвоения каждым студентом, так и потоком в целом, учитывается так же и посещаемость лекционных занятий.

На практических занятиях контролируется усвоение теоретического материала каждым студентом по результатам выполнения текущих практических работ.

Эффективность самостоятельной работы оценивается при проведении практической работы.

## **5.2 Промежуточный контроль**

Процедура защиты практических работ предусматривает ответы на вопросы преподавателя не только по существу выполненной работы, но и относящиеся к разделам теоретического курса, изученным ранее.

## **5.3 Рубежный контроль**

В соответствие с принятой в ДГТУ формой организации учебного процесса, рубежный контроль осуществляется дважды в семестре. Проводится рубежный контроль по результатам выполнения практических работ с учётом успешности усвоения лекционного материала и посещаемости всех видов занятий.

## **5.4 Итоговый контроль**

Итоговый контроль проводится во 2 семестре в виде экзамена.

Экзамен включает два теоретических вопроса. При этом также могут быть заданы вопросы по разделам теоретического курса, касающимся практической работы, и даны небольшие творческие задачи для решения.

## **Курс лекций**

### **ЛЕКЦИЯ 1**

### **МОДИФИКАЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС, КАК ВОЗМОЖНОСТЬ ПОВЫШЕНИЯ ИХ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ**

**по материалам статьи Рудницкого В.Н. БГИТА, г.Брянск**

*Описана возможность увеличения нагрузочной способности и уменьшения вибраций в цилиндрических зубчатых передачах за счет различных способов модификации колес.*

Цилиндрические эвольвентные передачи весьма чувствительны к таким погрешностям, которые вызывают кромочный контакт и повышенные напряжения. С целью ослабления или исключения торцевого кромочного контакта используют продольную модификацию рабочих поверхностей зубьев (обычно одного из пары колес), придавая им слегка бочкообразную форму.

При наличии технологических погрешностей и деформаций деталей происходит перекатывание поверхностей таких зубьев в продольном направлении с перемещением контактной площадки в сторону одного из торцов зубчатого венца. Учитывая, что бочкообразные зубья работают в условиях локального контакта (объемного напряженного деформированного состояния), предлагается изгибные напряжения в основании зубьев,

выполненных на базе стандартного исходного контура, определять по формуле, соответствующей формуле для зубчатых передач Новикова, тоже работающих в условиях локального контакта:

$$\sigma_F = 2TY_E \cdot Y_{vesc} \cdot Y_{ae} \cdot K_F / (m^3 z), \quad (1)$$

где  $T$  – передаваемый крутящий момент;

$m$  – модуль колес;

$z$  - число зубьев колеса;

$Y_E$  - коэффициент, учитывающий влияние перекрытия зубьев;

$Y_{vesc}$  - приведенный объемный коэффициент, учитывающий распределение нагрузки вдоль длины бесконечно длинного зуба;

$K_F$  – коэффициент нагрузки.

Коэффициент нагрузки можно представить в виде традиционной формулы

$$K_F = K_A \cdot K_{Fv} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}, \quad (2)$$

где  $K_A$  и  $K_{Fv}$  - коэффициенты внешней и внутренней динамической нагрузки;

$K_{F\alpha}$  - коэффициент распределения нагрузки между зубьями;

$K_{F\beta}$  - коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий.

Предлагается, что коэффициенты  $K_A$ ,  $K_{F\alpha}$ ,  $K_{Fv}$  можно принять в первом приближении равными, как для передач с обычными зубьями.

Проведенные исследования показали, что продольная модификация зубьев (бочкообразность) позволяет существенно снизить изгибные напряжения в 1,2- 1,3 раза и повысить нагрузочную способность зубчатой передачи. На рис. 1 представлена картина контактного взаимодействия зубьев колес в полюсной зоне.

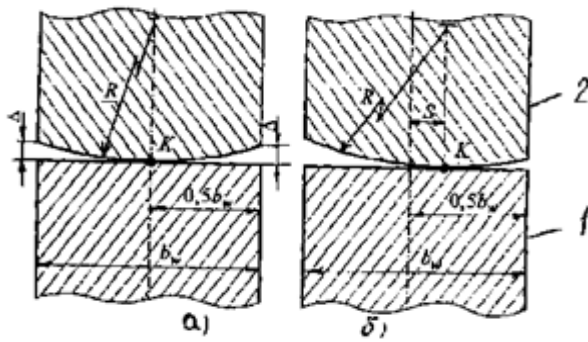


Рисунок 1- Модель (а) контактного взаимодействия зубьев 1 и 2 при отсутствии (а) и наличии (б) перекоса:

К - точка контакта зубьев;  $b_w$  - длина зуба; S - смещение точки К от середины  $b_w$ ;  $\Delta$  - степень бочкообразности зуба

Одной из причин снижения несущей способности зубчатых передач является возникновение вибраций, возбуждаемых переменной жесткостью зацепления и скачкообразным нагружением зубьев. Данные факторы не определяются только погрешностями и поэтому их нельзя устранить повышением точности изготовления и монтажа. Однако их можно устранить с помощью профильной модификации зубьев, называемой фланкированием.

В работе была рассмотрена косозубая передача с суммарным коэффициентом перекрытия

$2 \leq \epsilon_{\Sigma} \leq 3$  при  $\epsilon_{\alpha} < \epsilon_{\beta}$ , где  $\epsilon_{\Sigma} = \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta}$ , где  $\epsilon_{\alpha}$ ,  $\epsilon_{\beta}$  – коэффициенты торцевого и осевого перекрытий.

Поле зацепления и функция изменения жесткости  $C_k$  к-й пары зубьев во времени  $\tau$  показаны на рис. 2 а и б, где  $\tau = t / T_z$ , t - текущее время,  $T_z$  – период зубцовой частоты.

Изменение статической нагрузки  $P_k$  в к-й паре зубьев по фазе зацепления показано на рис. 2, в, линия 1. Участки  $\tau^*$  соответствуют кромочному зацеплению зубьев на входе и выходе из зацепления.

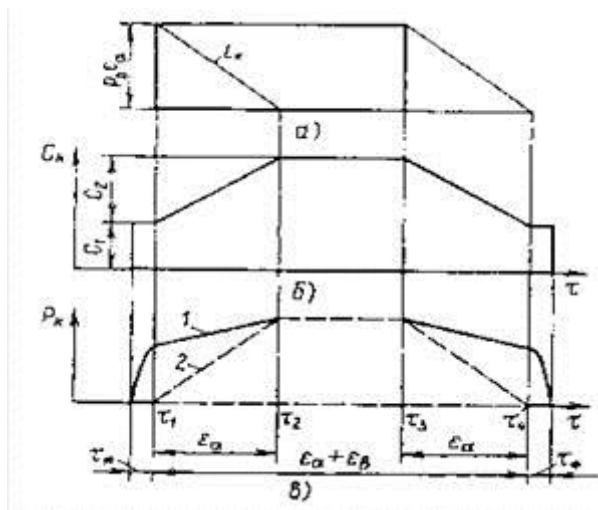


Рисунок 2 - К расчету модификации зубьев

*a* — поле зацепления; *б* — функция жесткости пары зубьев; *в* - функции нагрузки на немодифицированной (1) и модифицированной (2) парах зубьев

Было установлено, что модификацию косых зубьев следует проводить таким образом, чтобы в любой фазе зацепления на периоде  $T_z$  выполнялись определенные условия, соответствующие случаям четного и нечетного числа пар одновременно нагруженных зубьев первого случая. При этом обязательным дополнительным условием является то, что нагрузка на входящую в зацепление пару зубьев должна плавно (безударно) увеличиваться от нуля по линейному закону, а на выходящую из зацепления пару зубьев нагрузка по точно такому же закону должна уменьшаться до нуля.

На практике профильную модификацию косого зуба предлагается осуществлять путем срезания части боковой поверхности зуба на краевых участках. В этом случае глубина  $g$  среза определяется из условия получения функции нагрузки в  $k$ -й паре зубьев в виде равнобочной трапеции (рис. 2-в).

Предложенный способ профильно-продольной модификации косых зубьев цилиндрической передачи в сочетании с выбором коэффициента перекрытия, позволяет теоретически полностью устранить два возмущающих фактора: переменную жесткость зацепления и дискретное нагружение зубьев, возбуждающих колебания с зубцовой частотой и тем самым повысить нагрузочную способность зубчатой передачи.

Одновременно в эвольвентной косозубой передаче при эксплуатации происходит неравномерное изнашивание активных поверхностей зубьев, так как сила трения качения на полюсной линии зубьев в 15 раз меньше силы трения скольжения у вершин и корней зубьев. В результате этого возникает циклическая кинематическая погрешность с зубцовой частотой, которая снижает плавность работы передачи, увеличивает динамические нагрузки, уменьшает долговечность передачи.



Для повышения плавности эвольвентной передачи необходимо снизить изнашивание активных поверхностей зубьев и повысить устойчивость их исходной геометрии. В связи с этим предлагается участки профилей зубьев у вершины и корня, работающие с максимальным скольжением, заменить участками, работающими с чистым качением, дополнив их у головки выпуклыми, а у ножки вогнутыми дугowymi участками. В середине профилей зубьев модификационной передачи сохраняют эвольвентные участки, при этом высоты головки и ножки уменьшают по сравнению со стандартными при обязательном обеспечении коэффициента торцевого перекрытия эвольвентных поверхностей зубьев не менее 1,1. Схема зацепления таких зубьев представлена на рисунке 3.

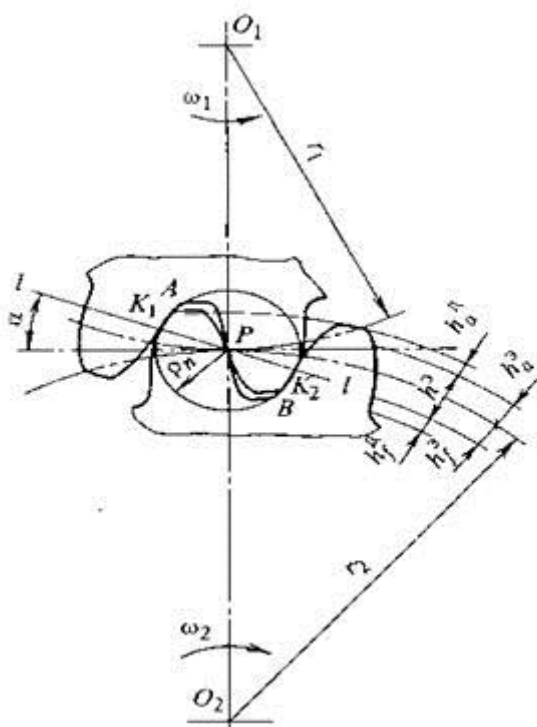


Рисунок 3 - Схема зацепления выпукло-вогнутых участков профилей зубьев в нормальном сечении передачи

Проведенные испытания зубчатой передачи, изготовленной по предложенной схеме зацепления, показали, что долговечность новой передачи в 2 раза выше долговечности обычной эвольвентной передачи при одном и том же периоде эксплуатации.

## ЛЕКЦИЯ 2

### ПРОГРЕССИВНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ НА БАЗЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРОЧНОСТИ

**По материалам статьи:** Журавлев Г.А, Кучинский А.А., Новиков Р.В Прогрессивные зубчатые передачи на базе фундаментальных эффектов прочности// Наука и транспорт – 2007.-С.36-38

Выявление эффектов кривизны контакта и, в частности, комплекса факторов, определяющих роль выбора угла зацепления, создает возможности для инновационного прорыва в теории эвольвентных и неэвольвентных зубчатых передач и для интенсивного развития редукторостроения.

Выполнен анализ практики контактных расчетов, наглядно иллюстрирующий выявление эффектов кривизны контакта (эффектов большего, относительно классического решения плоской контактной задачи Герца и традиционных представлений теории и практики контактных расчетов, влияния кривизн контактирующих тел на несущую способность их контакта) упругих тел, моделируемых круговыми цилиндрами. На базе эффектов кривизны контакта сформулированы соответствующие современным тенденциям развития машиностроения физические основы совершенствования зубчатых передач, показывающие возможности значительного увеличения их несущей способности.

Линейные зависимости или аппроксимация ими взаимосвязей различных величин весьма наглядны и удобны при использовании в расчетной практике. Хорошо известно стремление к их выявлению в сложных жесткостных и прочностных расчетах, вынужденно построенных на множестве упрощений и принципиально допускающих некоторую нестрогость доказательств применимости используемых решений. К таким случаям относится и определение взаимосвязей основных факторов в контактных задачах.

Условия контактного взаимодействия многих деталей машин и механизмов моделируют контактом упругих бесконечно длинных цилиндров с параллельными осями, а в основе их прочностных расчетов лежит решение плоской контактной задачи Герца. Это оправдано тем, что номинально такие детали имеют начальнолинейное касание (НЛК), по величине радиусы кривизны контактирующих тел чаще всего значительно превышают ширину полосы контакта, а контактная прочность зависит главным образом от

напряжений в зоне контакта.

Однако упругие тела, независимо от их номинальной геометрии, фактически имеют конечные размеры и начально-точечное касание (НТК), а в нагруженном состоянии они взаимодействуют по некоторой отличной от полосы постоянной ширины площадке контакта.

На *рис. 1* представлены технологические, на примере норм точности по ГОСТ 1643-81 (*рис. 1а*), и деформационные, на примере фактических результатов для главного редуктора ВР28 вертолета МИ28 (*рис. 1б*), спектры пятен интегрального контакта зубьев эвольвентной цилиндрической передачи.

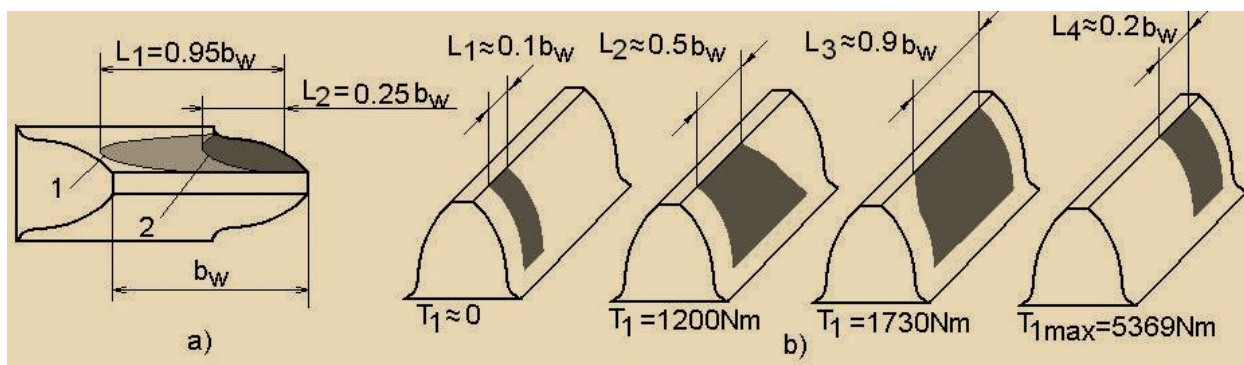


Рисунок 1 – Сравнение спектров пятен и показателей локализации ( $fTi$ ) интегрального контакта зубьев по технологическим (а: 1 — при 39й и 2 — при 119й степенях точности по ГОСТ 1643981) и деформационным (b: при крутящем моменте  $T1 = \text{var}$ , 59я степень точности по ГОСТ 1643981) отклонениям эвольвентной цилиндрической передачи

Для учета качества контакта при оценке условий контактного взаимодействия зубьев будем использовать показатели локализации продольного размера  $Li$  пятен интегрального контакта  $fTi = Li / bw$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , где  $bw$  — активная ширина зубчатого венца. Влияние высокой деформативности корпуса редуктора ВР-28 частично скомпенсировано введением «упреждения» зубьев (их линейной продольной модификации) с углом  $\gamma_\beta = |\beta_1 - \beta_2| = 2 \cdot 10^{-3}$  рад. Здесь и далее:  $\beta$  — угол наклона линии зубьев; индексы 1 и 2 в обозначениях параметров зубчатых передач относятся к ведущему и ведомому колесам соответственно. Сравнение спектров пятен интегрального контакта зубьев

(рис. 1) показывает, что даже технологически высокоточная (со шлифованными зубьями) зубчатая передача под максимальной нагрузкой (при  $\gamma_\beta \neq 0$ ) может иметь меньшее значение показателя  $fTi$  (рис. 1b), чем передача низкой технологической точности в ненагруженном состоянии (рис. 1a). Эти различия возникают из-за значительных (вплоть до  $\gamma_\Sigma \geq 5 \cdot 10^3$  рад) углов перекоса  $\gamma_\Sigma$  в плоскости зацепления зубьев.

Тем не менее, считается общепринятым тезис о том, что в контакте реальных упругих тел, моделируемых цилиндрами с параллельными осями, соблюдаются герцевские соотношения таких основных факторов контакта, как сила сжатия и приведенный радиус кривизны контактирующих тел, а для сведения задачи к плоской задаче теории упругости достаточно оперировать максимальной расчетной удельной нагрузкой  $q_{max}$ , найденной с учетом неравномерности распределения нагрузки. При этом дальнейшее уточнение расчетной схемы ищут уже в части оценки влияния ряда допущений модели Герца — отсутствия учета динамических явлений, конечности длины реальных тел и промежуточного масляного слоя, шероховатости и трения поверхностей в контакте, а также отклонений свойств сжимаемых тел от идеализированных показателей изотропности, однородности и упругости. К ошибочному использованию решения плоской контактной задачи Герца относят построение на его основе контактных расчетов для тел с номинальным начально-точечным касанием, более соответствующим решению задачи Герца — Беляева о контакте тел с эллиптической формой площадки контакта, — например, для зубьев передач Новикова или для контакта ходового колеса с неплоским рельсом.

В то же время широкое применение решения плоской контактной задачи Герца в расчетах контакта разнообразных тел с НЛК или с близким к НЛК номинальным касанием базируется на введении корректирующего коэффициента  $K_{H\beta}$  концентрации нагрузки вдоль расчетной линии касания, учитывающего влияние угла  $\gamma\Sigma$  между фактически пересекающимися осями цилиндров конечной длины и сводящего, как считается, задачу к плоской задаче теории упругости. Максимальное контактное напряжение определяется по

формуле:

$$\sigma_{Hmax} = \sqrt{K_{H\beta} F / (\pi \rho l \eta)}; \quad (1)$$

где:  $K_{H\beta} = \frac{q_{max}}{q}$ ;  $q = \frac{F}{l}$ ;  $\eta = \eta_1 + \eta_2$ ;

$$\eta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1}; \quad \rho = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

где  $R_i$  - приведенный радиус кривизны контактирующих тел с радиусами ;

$\mu_i$ ;  $E_i$  — коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала контактирующих тел ( $i=1, 2$ );

$F$  — сила сжатия контактирующих тел;

$l$  — длина номинальной линии касания контактирующих тел;

$q$  и  $q_{max}$  — расчетная удельная нагрузка при ее равномерном и неравномерном, соответственно, распределении вдоль номинальной линии касания.

Вот почему создание различных методов приближенного решения задачи о контакте упругих цилиндров при перекосе их осей было направлено на прямое определение контактных напряжений без использования поправочного коэффициента  $K_{H\beta}$  и не привело к анализу взаимосвязей основных факторов контакта. Такие методы не получили необходимой экспериментальной апробации и не вошли в широкую расчетную практику. Является общепринятым, что независимые переменные  $F$  и  $\rho$  в (1) приобретают линейную взаимосвязь при введении условия прочности контактных поверхностей, например, по теории наибольших нормальных напряжений  $\sigma_{Hmax} = \sigma_{Hp}$  ( $\sigma_{Hp} = const$  — допускаемое значение  $\sigma_{Hmax}$ ):

$$F\rho = c l \rho, \quad (2)$$

где  $F\rho$  — величина силы  $F$ , соответствующая принятому условию прочности;

$c$  — константа, как следствие того, что величина  $K_{H\beta}$  практически не зависит от  $F\rho/\rho$ .

Линейная взаимосвязь (2) считается универсально достоверной для широкого класса задач расчетной практики. Взаимосвязи типа (2) стали основополагающими при формулировании традиционных представлений о физических основах развития зубчатых

передач, на базе которых, в частности, разработаны и широко применяются методы расчета эвольвентных зубчатых передач (например, ГОСТ 21354-81), выбираются исходные контуры зубьев (например — ГОСТ 13755-81), создано зацепление Новикова. В авиастроении распространены рекомендации чисто геометрического подхода с применением максимально достижимых значений угла зацепления эвольвентной передачи  $\alpha_{tw} = 47^\circ \dots 51^\circ$  и  $\alpha_{tw} > 51^\circ$  исходя из увеличения суммарной скорости качения  $V_\Sigma = 2V_o \sin \alpha_{tw}$ . Вместе с тем, нами показано, что влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения, а традиционные физические основы усовершенствования зубчатых передач ошибочны. Анализ опыта использования в расчетной практике классического решения плоской контактной задачи Герца привел к выводу о том, что его применение снижает точность расчетов и сдерживает реализацию значительных резервов увеличения прочности и ресурса зубчатых передач и других деталей различных машин. Нами выявлены эффекты кривизны контакта, которые отражают значительно большее (в сравнении с классическим решением плоской контактной задачи Герца) влияние приведенной кривизны взаимодействующих упругих тел на различные показатели их функциональных свойств — контактной и глубинной прочности, задиростойкости и т.д. Для реальных условий контактного взаимодействия упругих тел с номинально начально-линейным касанием (НЛК) характерно начально-точечное их касание (НТК), что приводит к проявлению негерцевской взаимосвязи допускаемой силы сжатия  $F_p$  и приведенного радиуса кривизны  $r$ . Результаты, показывающие существенно нелинейные взаимосвязи (типа  $F_p = crk$ ,  $k \gg 1$ , где  $c = const$ ), наиболее соответствуют уровню передовых отраслей техники и современным тенденциям развития мирового транспортного машиностроения. Дано физическое объяснение экспериментальных результатов (Niemann G. — Richter H. — по росту контактной выносливости зубчатых передач, Зубарева Н.И. — Игдалова М.П. — по изменению вида усталостного разрушения от глубинного к поверхностному, Hoenrich M.R. — Zantopulos H. и Журавлева Г.А. — по зависимости сближения круговых упругих параллельных цилиндров от их радиусов), не имеющих объяснения с позиций линейных взаимосвязей основных факторов контактной задачи. Доказано, что влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения, а рост (при определенных условиях) несущей способности эвольвентных зубчатых передач с увеличением угла зацепления определен комплексом факторов, влияние которых обусловлено параметрами точечного контакта зубьев. Существенные резервы улучшения эвольвентных зубчатых передач на базе реализации эффектов кривизны контакта сохраняются и в передовых отраслях техники. Комплекс выполненных исследований эффектов кривизны привел к формулированию физических основ совершенствования зубчатых зацеплений, наиболее адекватных тенденциям современного машиностроения. Разработаны кинематические принципы сверхаддитивности пространственного и плоского смешанного зацепления IP; универсальные кинематические принципы внеполюсного зацепления; система пространственного и плоского смешанного зацепления IP. Например, реализацией (Г.А. Журавлевым, совместно с МВЗ им. М.Л. Миля, 1991 г.) эффектов кривизны контакта в динамически высокодеформативной эвольвентной передаче главного редуктора ВР28 вертолета МИ28 кардинально решена проблема повышения задиростойкости и существенно увеличена контактная

выносивость зубьев за счет изменения угла исходного контура зубьев от  $\alpha = 25^\circ$  до  $\alpha = 30^\circ$  (угол зацепления возрастает от  $\alpha_{tw} = 25,03^\circ$  до  $\alpha_{tw} = 31,06^\circ$ ). Расчетному выявлению и последующей реализации эффектов кривизны в редукторе ВР28 предшествовали многолетние экспериментальные исследования МВЗ им. М.Л. Миля, не давшие заметного результата. Это хорошо иллюстрирует сравнительно слабую эффективность чисто эмпирического пути выявления резервов прочности эвольвентного зацепления. Другой пример. На базе эффектов кривизны контакта разработана и испытана импорт замещающая квазиэвольвентная коническая передача с круговыми зубьями (рис. 2 и табл. 1), взаимозаменяемая с базовой передачей редуктора привода вагонного генератора фирмы Flender.

Таблица 1 – Параметры и результаты эксплуатации конической передачи с круговыми зубьями редуктора VBA 32/2,  $P = 32$  кВт;  $z_2 = 82$ ;  $m = 4,0$

Конструкция	FLENDER		«Транс-Капитал»
Передача	Конический редуктор ВБА 32/2, $P=32$ кВт; $z_2=82$ , $m=4.0$		
$z_1$	22		21
Сталь	$\approx 14N_i$ $C_r M_o$ (DIN): $N_f=(3.0\div 3.5)\% \approx 12XH3A$ (GOST)		18ХГТ(GOST) $N_f=0 \approx 17G-3$ (DIN)
$\sigma_{\text{flex}}$	950МПа		800МПа
Ресурс (приблизительная оценка)	$\approx 1,5 \cdot 10^6$ $\approx 0,7 \cdot 10^6$ усталостный излом		$1,5 \cdot 10^6$ (без отказа)
Сборка	Селективная	Неселективная	Неселективная

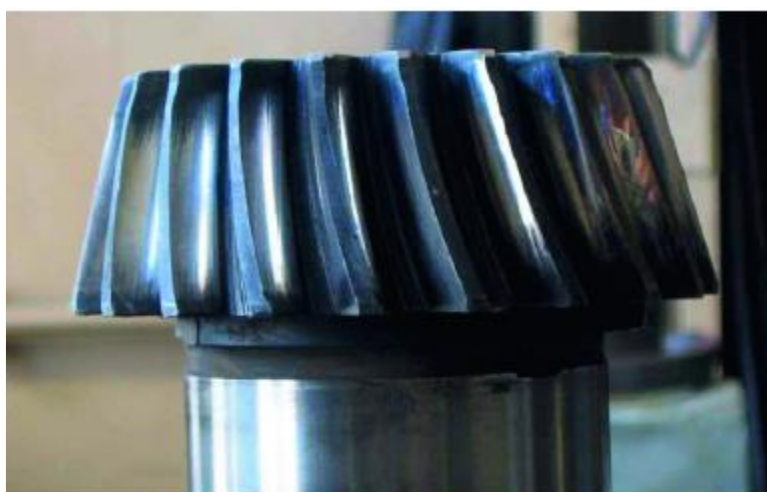


Рисунок 2 – Фото зубьев взаимозаменяемой вал-шестерни  $z_1 = 21$  после длительной эксплуатации (>500 тыс. км)

Геометрия вал шестерни является наилучшим возможным «приближением» к сопрягаемому с ней базовому колесу. Она получена с учетом особенностей транспортных машин, работающих в корпусах пониженной жесткости при переменных нагрузках. Для обеспечения высокого уровня работоспособности зацепления без использования дорогостоящего и дефицитного технологического процесса введены эквивалентные по результату (но наиболее эффективные по прочностным показателям) коррекции геометрии зубьев и зацепления в целом. В результате пятно контакта зубьев передач сравнительно мало меняет свою величину и положение в определенном диапазоне осевых смещений шестерни, а форма зубьев наиболее благоприятна для передачи нагрузки. Вал-шестерня может работать с зубчатыми колесами, имеющими одинаковые с ней нормальные средние модули, угол наклона зуба (средний), одинаковую или меньшую ширину зубчатого венца и конструкцию зубчатого венца, обеспечивающую заданные пятна контакта. Числа зубьев сопрягаемых колес могут варьироваться в пределах 88–76. Технология изготовления вал-шестерни основана на использовании исключительно рядового стандартного оборудования и не требует дополнительного оборудования и введения специальных чистовых операций. В то же время выполненной разработкой не исчерпаны все резервы прочности вал шестерни.

### **ЛЕКЦИЯ 3**

#### **ОЦЕНКА ПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ КАК КРИТЕРИЙ ДОСТОВЕРНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СИЛОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

**По материалам статьи Г.А. Журавлев,**

Показано, что в теории и практике зубчатых передач накопилось множество противоречий, которые не находят своего объяснения с позиций традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач. Базу для объяснения этих противоречий дают эффекты кривизны контакта – эффекты большего (относительно классического решения плоской контактной задачи Герца и общепринятых представлений) влияния кривизн контактирующих тел на несущую способность их контакта.

Рассмотрим задачи анализа физических основ совершенствования зубчатых передач на базе обобщения фактов противоречивости теории и практики и оценки степени достоверности физических основ от уровня противоречивости теории и практики зубчатых передач.

Смыслом выбора того или иного направления совершенствования зубчатых передач является улучшение различных показателей их конкурентоспособности. Для удобства обозначения этого смысла нами предложен термин «физические основы совершенствования зубчатых передач» [1]. Этот термин обозначает комплексную базу выбора направления развития зубчатых передач.

Физические основы совершенствования современных силовых зубчатых передач это, по сути, физический смысл выбора того или иного направления их развития, базирующийся на некоторых количественных соотношениях, в той или иной степени отражающих объективные законы природы. Достижение высокой достоверности этих соотношений позволяет сделать правильный выбор теории и перейти к интенсивному пути развития зубчатых зацеплений. Ошибочность их выбора, наоборот, приводит к накоплению противоречивых (не имеющих объяснений с позиций принятых соотношений) фактов, к переходу на экстенсивный путь совершенствования зубчатых передач. Сочетание множества противоречий с резко альтернативным характером физических основ (как это произошло в случае создания зацепления Новикова и его развития в рамках ДЛЗ) приводит к торможению прогресса в теории и практике зубчатых передач.

Как правило, базируются на оценке контактных явлений в силовом зацеплении. До появления решения плоской контактной задачи Герца базой развития зубчатых передач были технологические возможности формообразования зубчатого венца, которые стали, например, толчком к созданию эвольвентного зацепления.

В начале XX века применение решения плоской контактной задачи Герца в расчетах зубчатых передач дало возможность построения физических основ совершенствования силовых зубчатых зацеплений из прочностных соображений. Как отмечено в работе [1], фактом значительного прогресса в области теории и практики зубчатых передач стало создание зацепления Новикова – первой практически значимой системы зацепления, базирующейся на прочностных физических основах.

Основным количественным соотношением теории и практики контактных расчетов эвольвентных передач стала линейная взаимосвязь  $F_p = c\rho$ , где:  $F_p$  – величина силы  $F$ , соответствующая принятому условию прочности;  $c$  – константа,  $\rho$  – приведенный радиус кривизны торцовых профилей зубьев. Она и была принята для формулирования различных физических основ на базе решения плоской контактной задачи Герца:

- Физические основы Е. Бакингема («Изыскание тех изменений в профилях зубцов, которые устранили бы необходимость большей точности изготовления, велись в течение ряда лет и до сих пор продолжаются. Эти изыскания были в прошлом и в будущем, вероятно, будут такими же бесплодными») привели к распространению эвольвентного зацепления с малыми углами исходного контура зубьев, выбираемым из диапазона  $\alpha \approx 14^\circ \dots 20^\circ$ .
- Физические основы Ю.Н. Будыки [7] на базе исследования плоского зацепления общего (неэвольвентного) вида («наиболее радикальный путь повышения передаваемой мощности для закрытых передач – не



поиски новой системы зацепления, а изучение и борьба с самим явлением усталостного выкрашивания, лимитирующего передаваемую мощность») привели к выводу об отсутствии перспектив реализации резервов внеполюсного зацепления и обоснованию традиционного эвольвентного зацепления с углом исходного контура  $\alpha = 20^\circ$  (например – ГОСТ 13755-81, ГОСТ 21354-81 или DIN 3990) как лучшего среди полюсных и внеполюсных зацеплений.

- Физические основы на базе гипотезы Нимана-Рихтера [8] о влиянии увеличения угла зацепления  $\alpha_{tw}$  на рост (как следствие роста гидродинамического эффекта) несущей способности эвольвентной передачи создали тенденцию [12, 13] применения эвольвентных передач с увеличенными значениями углов исходного контура  $\alpha$  и зацепления зубьев  $\alpha_{tw}$ . Как показано в работах [9, 11] (исходя из анализа физики усталостных разрушений) гидродинамический эффект проявляется благодаря увеличению допускаемых контактных напряжений.
- Физические основы [10] на базе анализа Трубина – Сухорукова [10, 18] физики усталостных разрушений зубьев с учетом влияния сил трения на снижение силы сжатия зубьев в их контакте привели к выводу о целесообразности применения эвольвентных передач с минимальными углами исходного контура  $\alpha < 20^\circ$ .
- Физические основы М.Л. Новикова (с особой кинематикой внеполюсного точечного зацепления Новикова, с осевым перекрытием зубьев) привели к выводу о возможности усовершенствования силовых передач только в рамках зацепления Новикова.

Каждые из традиционных физических основ зубчатых передач диктуют однообразность и альтернативность пути развития силовых зубчатых передач:

- эвольвентное зацепление  $\alpha = 20^\circ$ ;
- эвольвентное зацепление  $\alpha_{tw} \rightarrow \max$  на базе учета (качественно) роли гидродинамических факторов;
- эвольвентное зацепление  $\alpha_{tw} \rightarrow \min$  на базе учета роли фрикционных факторов;
- внеполюсное точечное зацепление Новикова повышенной контактной прочности, альтернативное – на базе отрицания принципиальной возможности снижения контактных напряжений в полюсе и вообще в передачах с линейчатым контактом зубьев.

К сожалению, традиционные физические основы силовых зубчатых передач (как и традиционные методы контактных расчетов, базирующиеся на решении плоской контактной задачи Герца) построены без детального анализа теории и практики контактных расчетов зубчатых передач. Многочисленные противоречия вообще не принимались во внимание (как это было в случае развития зацепления Новикова в рамках

ДЛЗ) и не рассматриваются до сих пор исследователями и производителями передач ДЛЗ даже в ходе дискуссии по статье [1]. На наш взгляд, критерием достоверности физических основ может быть только практика, то есть – отсутствие фактов принципиальной противоречивости теории и практики их реализации. Появление таких фактов становится признаком ошибочности физических основ.

Мировой опыт совершенствования зубчатых зацеплений на базе традиционных физических основ привел к накоплению принципиальных противоречий в области традиционной теории и практики зубчатых передач. Наиболее характерными (в силу кинематических особенностей зубчатых зацеплений) являются следующие факты противоречивости традиционных физических основ практики зубчатых передач:

- Опыт развития мирового редукторостроения и передовых отраслей РФ [12, 13] привел к широкому применению эвольвентных передач с  $\alpha > 20^\circ$ . Это стало следствием накопления экспериментального материала для эвольвентных передач  $\alpha = 20^\circ$  со смещениями исходного контура зубьев  $x_\Sigma > 0$  (что обеспечивает рост угла зацепления  $\alpha_{tw}$ ) и не имеет объяснения с позиций традиционной теории. Как показано анализом [2, 17], представления о роли гидродинамических факторов противоречат (таблицы 1 и 2) экспериментальным результатам [4, 20] и опыту применения тихоходных эвольвентных передач ( $\alpha = 20^\circ$ ) с низкой твердостью зубьев, а также экспериментальным результатам [8] и опыту увеличения контактной прочности плохоприрабатываемых (высокоскоростных и/или с повышенной твердостью зубьев) эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления.
- Как показано (рис 1 и рис. 2) исследованиями [15, 22...24], в отсутствие общепринятого классического решения для сближения  $\delta$  осей двух упругих параллельных круговых цилиндров при их сжатии (оно не было дано Герцем) распространенные в машиностроении методы определения сближения не учитывают влияние кривизны, весьма противоречивы и требуют уточнения, а имеющиеся экспериментальные результаты не вносят определенности в выбор методов расчета  $\delta$ . Эту величину используют при определении динамических нагрузок, углов перекося  $\gamma_\Sigma$  ряда деталей с выступами (например, эвольвентных зубчатых колес – с учетом частичной компенсации перекося зубьев в плоскости их зацепления) и в других жесткостных расчетах.
- Основополагающая (при формулировании традиционных представлений о физических основах развития зубчатых передач, при разработке широко применяемых методов расчета эвольвентных зубчатых передач, при выборе исходных контуров зубьев с малыми углами  $\alpha \leq 20^\circ$ , например – ГОСТ 13755-81, при создании неэвольвентных систем зацепления) линейная взаимосвязь допускаемой силы сжатия  $F_p$  и приведенного радиуса кривизны  $\rho$  контактирующих упругих тел  $F_p = c\rho$ , вытекающая из решения плоской контактной задачи Герца и получившая универсальное применение в

мировом машиностроении для контактных узлов с начально-линейным или близким к нему касанием, противоречит (таблицы 2...5) экспериментальным результатам [8] и опыту увеличения контактной прочности плохоприрабатываемых (высокоскоростных или с повышенной твердостью зубьев) эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления.

- Положение физических основ зацепления Новикова о независимости контактной прочности зубьев в полюсе зацепления от формы профилей зубьев и от системы зацепления противоречит (таблицы 2...5) экспериментальным результатам на плохоприрабатываемых эвольвентных передачах и тенденциям применения (в мировой практике и в передовых отраслях машиностроения РФ) эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления.
- Положение физических основ зацепления Новикова об отсутствии возможностей заметного снижения контактных напряжений в передачах с линейчатым контактом зубьев противоречит (таблицы 2...5) экспериментальным результатам на плохоприрабатываемых эвольвентных передачах и тенденциям применения эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления (в мировой практике и в передовых отраслях машиностроения РФ).
- Положению физических основ зацепления Новикова об особо благоприятной гидродинамике смазки контакта зубьев зацепления Новикова противоречит опыт испытаний и эксплуатации «твердых» передач ДЛЗ с повышенной прирабатываемостью зубьев и с отсутствием в них безизносного режима (В.А. Гришко).
- Положению об альтернативном характере зацепления Новикова (о возможности значительного снижения контактных напряжений, исключительно, в точечном внеполюсном зацеплении Новикова) противоречит опыт мировой практики низких показателей конструктивной гибкости и конкурентоспособности зацепления Новикова относительно эвольвентного зацепления. Несмотря на то, что создание зацепления Новикова и наибольшие объемы мирового производства зубчатых передач относятся к тяжело нагруженным передачам с «твердыми» колесами, уровень рационального применения и практической значимости передач Новикова типа ДЛЗ весьма низок и ограничен их реализацией с «мягкими» колесами.
- Традиционные методы и программы контактного расчета эвольвентных зубчатых передач обеспечивают геометрические и прочностные расчеты при любом значении  $\alpha$ , но результат расчетной оценки контактной прочности зубьев эвольвентных передач (при допустимом контактном напряжении  $\sigma_{Hr} = \text{const}$ ) практически не зависит от значения  $\alpha$  (как, например, по ГОСТ 21354-81 или DIN 3990) либо определен обрастанием

расчетных методик эмпирическими коэффициентами. В любом случае это приводит к низкой точности контактных расчетов и противоречит опыту мирового редукторостроения.

- Результаты стендовых испытаний силовых эвольвентных передач с разными значениями угла зацепления  $\alpha_{tw}$  (или угла исходного контура зубьев  $\alpha$ ) в специальных (стендовых) корпусах повышенной жесткости противоречат стендовым или эксплуатационным результатам по выбору рационального значения  $\alpha$  в «облегченных» (типичных, например, для транспортных машин) корпусах: меньшие значения для корпусов повышенной жесткости и большие значения для «облегченных» корпусов. Это положение ставит под сомнение тенденцию использования универсальных стендов для отработки параметров различных зубчатых передач.
- Эмпирический подход к выбору угла  $\alpha$  дает противоречивые результаты от двухкратного роста (при увеличении  $\alpha$  от  $20^\circ$  до  $28^\circ$ ) нагрузочной способности (Ниман-Рихтер) до полного отсутствия его влияния (Браиловский, Борович), что не имеет теоретического обоснования традиционными методами.
- Теоретически традиционное эвольвентное зацепление (с углами исходного контура зубьев в диапазоне  $\alpha = 14,5^\circ \dots 20^\circ$ ) должно было бы сохранить свою монополию, но фактически в силовых передачах оно вытесняется усовершенствованным эвольвентным зацеплением с увеличенными углами зацепления, в том числе – при  $\alpha \geq 25^\circ$ .
- Физические основы современного развития зацепления Новикова в передачах ДЛЗ до сих пор базируются на устаревших представлениях (типа опытов Л.В. Браиловского [20] с хорошоприрабатываемыми низкоскоростными «мягкими» эвольвентными колесами), не отражающих современный уровень развития зубчатых передач, а передачам ДЛЗ с «твердыми» колесами приписывают [3] перспективу широкого применения.
- Остаются необъяснимыми (традиционной теорией) различными экспериментами, в том числе – наиболее типичными из них:
  - опыты Ниманна и Рихтера (ФРГ, 1960 г.) с двухкратным повышением несущей способности по контактной выносливости зубьев (по мере увеличения угла исходного контура зубьев от  $20^\circ$  до  $28^\circ$ ) косозубой и прямозубой эвольвентных цилиндрических передач
  - опыты Зубарева и Игдалова (Россия, 1989 г.) с изменением вида контактного отказа (при увеличении угла зацепления) прямозубой эвольвентной передачи от глубинного к поверхностному.
- выявление и реализация значительных резервов улучшения исходного контура зубьев по задиростойкости и контактной выносливости

эвольвентных цилиндрических косозубых передач в различных машинах (например, в вертолете МИ-28) с комплексно (теоретически и экспериментально, конструктивно и технологически) обоснованными параметрами исходного контура зубьев.

Нами показано [15, 17, 19], что традиционные физические основы базируются на соотношениях с заниженной оценкой влияния приведенного радиуса кривизны  $\rho$  на показатели деформативности [15] и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанию [17, 19]. Так, контактные расчеты зубчатых передач исходят из линейных взаимосвязей

$$F_p = c\rho, \quad (1a)$$

$$\delta = cq, \quad (1b)$$

одна из которых (1a) до сих пор считается справедливой [31], а другая (1b) все чаще ставится под сомнение.

Экспериментальные исследования роли основных факторов сближения параллельных роликов (цилиндров конечной длины) подтверждали (до появления результатов [21...23]) линейные зависимости  $\delta = cq$  ( $c$  – константа). Хотя взаимная нелинейность  $\delta$  и  $q$  и заметное влияние на  $\delta$  радиусов параллельных цилиндров  $R_i$  при их упругом контакте вытекают из ряда известных теоретических работ, количественная оценка и сама достоверность таких взаимосвязей остаются спорными. Например, в справочнике [26] нелинейный характер зависимости  $\delta$  от  $q$  отмечен для различных тел «за исключением сближения двух параллельных цилиндров», а в работах [25, 27] утверждается, что радиусы параллельных цилиндров практически не влияют на величину  $\delta$ . При сжатии плит ( $R_2 \rightarrow \infty$ ) и ролика (он расположен между плитами) получено экспериментальное подтверждение [25, 27] независимости  $\delta$  от  $R_i$ , тогда как опытами [23], наоборот, демонстрируется влияние радиусов цилиндров на величину  $\delta$ .

Такая противоречивость оценок взаимосвязей  $\delta$  с параметрами  $q$  и  $R_i$  (или  $\rho$ ) подчеркивает слабую их обоснованность и необходимость дополнительного исследования, в основу которого нами положены экспериментальные результаты [23] и аналитическая зависимость работы [21], полученная на базе решения задачи Н.И. Мусхелишвили о плоской деформации цилиндра под действием двух равных и противоположно направленных сосредоточенных сил:

$$\delta = \frac{2q}{\pi} \sum_{i=1}^2 \eta_i \left\{ \ln \frac{2R_i}{b} - \frac{1}{2} + \ln 2 + \frac{5}{48} \left( \frac{b}{R_i} \right)^2 + \dots + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n (n+1)!} \left[ \frac{1}{2^n n!} - \frac{(2^{2n-1} - 1)(2n-1)!! B_{2n}}{n(2n)!} \right] \left( \frac{b}{R_i} \right)^{2n} \right\}, n = 2, 3, 4, \dots \quad (2)$$

$$\eta_i = \frac{1 - \mu_i^2}{E_i};$$

где

$\mu_i$ ;  $E_i$  – коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала контактирующих тел ( $i = 1, 2$ );

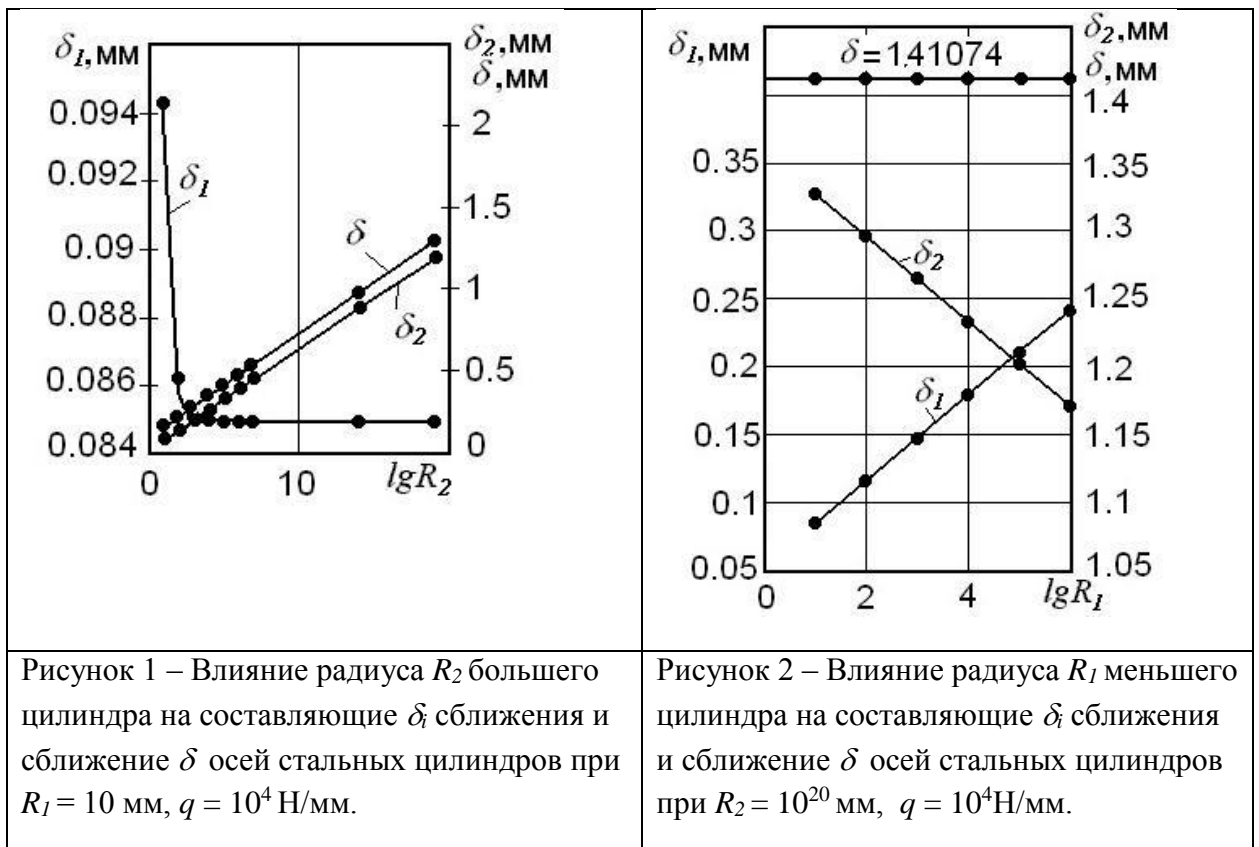
$b$  – полуширина полосы контакта;

$B_{2n}$  – числа Бернулли.

Достоинства формулы (2) заключаются в возможности достижения любой наперед заданной точности расчетов (при  $n = 2, 3, 4, \dots, \infty$ ) и в ее применимости для любых размеров ширины полосы контакта, не ограниченных допущениями модели Герца. С точностью до величины порядка малости  $\gamma_i = q\eta_i b^2 / R_i^2$  решение (1) совпадает с решением работы [28], а в рамках обоснованности допущения модели Герца о малости ширины полосы контакта количественно оно дает близкие с решением [29] результаты. Формула (2) показывает зависимость величины  $\delta$  от  $R_i$  (а не от приведенного радиуса кривизны цилиндров  $\rho$ ), от  $q$  и  $\eta_i$ . Высокая точность формулы (2) подтверждена расчетами методом конечных элементов [24], она хорошо соответствует результатам экспериментов [23].

Результаты расчетов и экспериментов [23] показали, что увеличение радиуса  $R$  ( $R = R_1 = R_2$ ) приводит к росту сближения  $\delta$ , а проявление слабой зависимости  $\delta$  от  $R_i$  может быть следствием существенного неравенства радиусов  $R_2 \gg R_1$ .

Для уточнения механизма упругого сближения цилиндров выполнен [22] анализ (с точностью до величин порядка малости  $\gamma_i = q\eta_i b^4 / R_i^4$ , что вполне достаточно для достоверного решения поставленной задачи) с разделением оценки влияния радиусов  $R_1$  и  $R_2$  на две составляющие  $\delta_1$  и  $\delta_2$  ( $\delta_1 + \delta_2 = \delta$ ), показывающие отдельно (а не суммарную величину  $\delta$ ) деформацию половины каждого из сжимаемых цилиндров.



Параметр  $b$ , являющийся (при неизменных свойствах материала цилиндров) функцией обоих радиусов  $R_i$  и нагрузки  $q$ , определяет сложное их влияние на каждую составляющую  $\delta_i$ . На графиках рис. 1 и рис. 2 (с логарифмическими шкалами осей абсцисс) представлены некоторые из результатов расчетов [22] при  $q = \text{const}$  для стальных ( $\mu = 0,3$ ;  $E = 2,15 \cdot 10^5$  МПа) цилиндров с  $R_1 \neq R_2$ , которые раскрывают механизм сближения упругих тел. Увеличение деформации отдельно взятого цилиндра  $\delta_1$  (рис. 2) или  $\delta_2$  (рис. 1) происходит с увеличением радиуса именно этого цилиндра,  $R_1$  или  $R_2$ , соответственно. При увеличении радиуса большего цилиндра  $R_2$  (рис. 1) сближение  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  возрастает, что хорошо согласуется с опытами [23]. По мере увеличения радиуса  $R_1$  меньшего из цилиндров (рис. 2) влияние радиуса другого цилиндра на величину сближения снижается, а зависимость сближения от удельной нагрузки приближается к линейной. Заметим, что и в этом случае радиусы цилиндров существенно влияют на изменение значений  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , но функция  $\delta_1 = \delta_1(R_1)$  является возрастающей (при  $q = \text{const}$ ;  $\eta = \text{const}$ ), тогда как функция  $\delta_2 = \delta_2(R_1)$  – убывающая [2] (рис. 2). Когда  $R_2 \rightarrow \infty$  и цилиндр фактически контактирует с полупространством (например, при  $R_2 = 10^{20}$ ), радиус  $R_1$  практически не влияет на величину  $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 1,41074$  (рис. 2), что соответствует результатам опытов [25].

Механизм проявления эффекта убывания функции деформации большего цилиндра при увеличении радиуса меньшего цилиндра можно объяснить ростом деформации первого цилиндра  $\delta_1$  с увеличением его радиуса  $R_1$  и снижением деформации второго цилиндра  $\delta_2$  из-за увеличения ширины полосы контакта и уменьшения глубины внедрения в его тело первого цилиндра, фактически играющего (при  $R_1 \ll R_2$ ) роль индентора. Выявленный эффект механизма контактного сближения параллельных цилиндров проявляется в разных

по характеру изменения деформаций сжимаемых цилиндров при изменении радиуса одного из цилиндров и в примерном равенстве (рис. 2) этих изменений (при  $\eta_1 = \eta_2$ ) в предельных случаях ( $R_2 \rightarrow \infty$ ), что соответствует опытам [25]. Легко показать, что проявление этого эффекта в самом общем случае зависит и от выбранных сочетаний свойств материалов ( $\mu_i$ ;  $E_i$ ) контактирующих тел.

Установлено, что каждое из двух распространенных положений (о существенном влиянии радиусов цилиндров на величину сближения их осей и об отсутствии такого влияния) носит частный характер и справедливо лишь в определенных диапазонах изменения радиусов  $R_i$  и выбранных сочетаний свойств материалов контактирующих тел; поэтому ни одно из них не является универсальным. В то же время опытами [25] подтверждается выявленный нами эффект – хотя сомнение [21] в их достоверности и не имело оснований, результаты опытов [25] не могут являться доказательством универсальности вывода о независимости сближения  $\delta$  от радиусов  $R_i$ .

Выявление эффектов кривизны в контактном сближении упругих параллельных цилиндров позволило дать физическое объяснение противоречивости известных теоретических и экспериментальных результатов [21, 23, 25-29] в части оценки взаимосвязей основных факторов сближения упругих параллельных цилиндров и уточнить влияние кривизны контактирующих тел на их жесткостные и динамические показатели.

Условия контактного взаимодействия зубьев эвольвентной передачи нами рассмотрены в [2, 19]. Для выявления и наглядной иллюстрации факта несоответствия расчетов по модели Герца экспериментальным результатам из разных вариантов нами принята [16] степенная зависимость:

$$F_p = c \rho^k; \quad (3)$$

где показатель степени  $k$  определен как параметр, характеризующий уровень этого несоответствия. В общем случае, как показали исследования, параметр  $k$  зависит от многих факторов и может принимать разные значения.

Исходя из точечной концепции расчета (без использования поправочного коэффициента  $K_{H\beta}$ ) и учитывая зависимость  $F_t = F \cos \beta \cos \alpha_{tw}$ , запишем:

$$F_{tp} = c_1 \rho^k l \cos \alpha_{tw} \quad \text{или} \quad \frac{F_{tp}}{F_{tpo}} = \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)^k \frac{l \cos \alpha_{tw}}{l_o \cos \alpha_{two}}, \quad l = \frac{b_w \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \quad \text{при } \varepsilon_\beta \geq 1; \quad l = b_w \quad \text{при } \varepsilon_\beta = 0; \\ \beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha); \quad \beta_{bo} = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha_o).$$

Здесь и далее:  $\varepsilon_\alpha$  – коэффициент торцового перекрытия;  $\alpha_{tw}$  – угол зацепления;  $c_1$  – константа,  $F_t$  – окружная сила в зацеплении зубьев;  $\rho$  – приведенный радиус кривизны



торцовых профилей зубьев;  $\alpha$  – угол исходного контура зубьев;  $u$  – передаточное число передачи; индексы  $o$  и  $p$  относят параметр передачи к минимальному значению угла зацепления (для индекса  $o$ ) и к допускаемому (по условию прочности) значению этого параметра ( $p$ ). Так как из теоремы Эйлера-Савари в точке полюса имеем:

$$\rho = a_w \frac{\sin \alpha_{tw} u}{(u+1)^2}; \quad \rho_o = a_w \frac{\sin \alpha_{two} u}{(u+1)^2}; \quad u = \frac{z_2}{z_1};$$

то запишем: 
$$\frac{F_{tp}}{F_{tpo}} = \varphi_{tp} \varphi_{tF} \varphi_{tH} \varphi_{tD} \varphi_{tS}; \quad \varphi_{tp} = \left( \frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^k; \quad \varphi_{tF} = \frac{\cos \alpha_{tw}}{\cos \alpha_{two}}; \quad \varphi_{tD} = \frac{\varepsilon_\alpha \cos \beta_{bo}}{\varepsilon_{\alpha o} \cos \beta_b}$$

при  $\varepsilon_\beta \geq 1$ ;  $\varphi_{tD} = 1$ , при  $\varepsilon_\beta < 1$ ;

где:  $\varphi_{tH}$ ,  $\varphi_{tD}$ ,  $\varphi_{tS}$  – показатели влияния трибологических, динамических и жесткостных факторов, соответственно;  $a_w$  – межосевое расстояние зубчатой передачи;  $z_1$  и  $z_2$  – числа зубьев меньшего и большего зубчатого колес, соответственно.

Условия заметного влияния угла  $\alpha_{tw}$  на изменение трибологических факторов (при работе зубчатых колес в масляной среде) можно разделить (для доплусовой фазы зацепления) точкой (или областью) перехода от режима граничного трения к контактно-гидродинамическому режиму, приближенно оценивая (в рамках выполнения анализа наиболее типичных опытов [4, 8, 20]) этот переход через уровень предельной суммарной скорости качения контакта зубьев:  $V_{\square \lim} \approx 15$  м/с.

Тогда, согласно [2], выразим эффект от комплексного (с учетом фрикционных сил и гидродинамических явлений) влияния трибологических факторов через  $\varphi_{tH}$ , принимая для

$$V_{\square} \geq V_{\square \lim}: \frac{\sigma_{Hp}}{\sigma_{Hpo}} = \left( \frac{V_{\square}}{V_{\square o}} \right)^{0.21} = \left( \frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^{0.21}, \quad \text{а для } V_{\square} < V_{\square \lim}: \varphi_{tH} = \frac{1 - f \operatorname{tg} \alpha_{tw}}{1 - f \operatorname{tg} \alpha_{two}}, \quad \text{где } f -$$

коэффициент трения в зоне полюса зацепления.

Но физический смысл влияния угла зацепления на контактную выносливость зубьев не ограничен зависимостью условия зацепления от трибологических факторов. Помимо них и силовых факторов он охватывает роль торцового перекрытия и динамических факторов, а также – эффектов кривизны контакта [1, 17, 19].

Влияние собственно негерцевских взаимосвязей в цилиндрической эвольвентной передаче можно выразить как:

$$k = \frac{\lg \left( \frac{F_{tp}}{F_{tpo}} \cdot \frac{1}{\varphi_{tD} \varphi_{tH} \varphi_{tF} \varphi_{tD} \varphi_{tS}} \right)}{\lg \left( \frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)}; \quad \varphi_{tH} = \left( \frac{\sin \alpha_{tw}}{\sin \alpha_{two}} \right)^{0.42}, \quad V_{\square} \geq V_{\square \lim}; \quad \varphi_{tH} = \frac{1 - f \operatorname{tg} \alpha_{tw}}{1 - f \operatorname{tg} \alpha_{two}}, \quad V_{\square} < V_{\square \lim}.$$

Результаты оценки (через коэффициент  $\mu_{tH}$ ) максимально возможного положительного (при  $V \geq V_{\text{lim}}$ ) влияния комплекса трибологических факторов на рост контактной прочности зубьев с увеличением угла зацепления эвольвентной передачи сведены в таблицу 1 (для  $\alpha_{tw} = 20^\circ$ ).

Таблица 1 – Величины коэффициента  $\mu_{tH}$  при различных значениях угла зацепления  $\alpha_{tw}$  эвольвентной цилиндрической передачи (при  $V \geq V_{\text{lim}}$ ,  $\alpha_{tw} = 20^\circ$ )

$\alpha_{tw}$	$5^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$
$\mu_{tH}$	0,56	1,00	1,09	1,17

Из таблицы 1 видно, что роль угла зацепления, определяемая гидродинамическими факторами, не велика; к тому же и это его влияние чаще всего компенсируется изменением коэффициента торцового перекрытия зубьев и поэтому суммарный эффект может оказаться ничтожным. Объяснение противоречивости экспериментальных и расчетных результатов [4, 8, 20] влиянием неучитываемых теорией Герца трибологических факторов не устраняет принципиальные их несоответствия для смазываемого контакта.

Таблица 2 – Оценка влияния угла зацепления на коэффициент увеличения несущей способности эвольвентной цилиндрической передачи  $\mu_{tH}$  по контактной прочности зубьев

Параметры зацепления и расчетные величины		Группы опытов	
		№ 1 [8]	№ 2 [4]
$\alpha_{tw} / \alpha_{tw}^\circ$		$30,9^\circ / 22,6^\circ$	$27^\circ 11' / 14^\circ 30'$
$\alpha / \alpha^\circ$		$28^\circ / 20^\circ$	$20^\circ / 14^\circ 30'$
$\mu_{\alpha\alpha} / \mu_\alpha$		1,20 / 1,40	1,115 / 1,844
$\varphi_v = V_{\alpha\alpha\alpha} / V_{\alpha\alpha}$		1,336	1,845
$\varphi_{\beta\alpha\alpha\alpha} / \mu_{\alpha\alpha}$		0,936	-
$\varphi_{\sigma p} = (\sin \alpha_{tw} / \sin \alpha_{tw}^\circ) \mu_{\alpha\alpha\alpha}$		1,063	1,14
	расчет на основе линейной взаимосвязи $F_p = c\rho$	$\approx 1$ / нет влияния $\alpha_{tw}$	$\approx 1$ / нет влияния $\alpha_{tw}$

$\square \square_{tH} /$ лучшее значение $\square_{tw}$	расчет с учетом сил трения в зацеплении [10, 18]	$< 1,0 / 22,6^\circ$	$< 1,0 / 14^\circ 30'$
	расчет с учетом гидродинамических факторов [8, 9, 11]	1,19 / 30,9°	1,31 / 27°11'
	расчет на базе эффектов кривизны контакта [1, 2, 17, 19]	2,1 / 30,9°	$\approx 1$ / нет влияния $\square_{tw}$
	экспериментальный результат	$\approx 2$ / 30,9°	$\approx 1,0$ / нет влияния $\square_{tw}$

Уже давно сложились статистически подтвержденные тенденции увеличения угла исходного контура зубьев  $\alpha \geq 25^\circ$  эвольвентных передач [12]: «Как показывает статистика применимости высоконапряженных цилиндрических зубчатых колес, абсолютное большинство типоразмеров сопряженных пар имеет угол зацепления  $\alpha > 20^\circ$ . Углы  $\alpha > 20^\circ$  получают либо путем корригирования зубчатых колес исходного контура по ГОСТу 3058-54, либо путем использования как некорригированных, так и корригированных зубчатых колес модифицированных исходных контуров с профильными углами  $\alpha_0 > 20^\circ$ .... У современных высоконагруженных зубчатых передач ответственного назначения углы зацепления достигают  $30^\circ$ ». Наиболее эффективное применение усовершенствованного эвольвентного зацепления сдерживалось отсутствием физического и теоретического объяснений (несколько позже данных нами) влияния увеличения угла зацепления на рост контактной прочности эвольвентных передач.

Отсутствие прямого учета влияния жесткости зубьев и динамических факторов, в совокупности, занижает расчетный (по табл. 2) суммарный эффект от увеличения параметра  $\rho$  для опытов с  $F_{tp} = F_{tpo}$  и не меняет его заметно для опытов  $F_{tp} \gg F_{tpo}$ . Трибологические факторы в опытах [13,14] также снижают этот эффект, поскольку из них (при  $V_{\square\square} < V_{\square\square\text{lim}}$ ) на него влияет только рост сил трения в контакте [2, 5]. Все это занижает влияние эффекта роста  $\rho$  в хорошоприрабатываемых эвольвентных передачах, что видно по величине параметра  $k < 1$  в наших расчетах по опытам [13, 14]. Однако эти результаты не имеют отношения, собственно, к использованию модели Герца в расчетах зубчатых передач, а относятся, исключительно, к роли факторов, требующих своего исключения при определении параметра  $k$ . Занижение расчетных значений параметра  $k$  идет в запас уровня достоверности выявленных эффектов.

Влияние кривизны зубьев на изменение силовых факторов в зацеплении приводит к некоторому снижению контактной выносливости зубьев с увеличением их угла зацепления  $\alpha_{tw}$ . Роль гидродинамических факторов имеет другой знак и существенно больше по модулю, но и она не велика. Из табл. 3 видно, что эффекты влияния негерцевских взаимосвязей и гидродинамики при увеличении угла зацепления от  $\alpha_{two}$  до  $\alpha_{tw}$  оказываются (для опытов [8]) существенно (почти на порядок) разными:

(105-107)% – влияние эффектов кривизны контакта;

(13-14)% – влияние гидродинамических факторов.

Определением значений коэффициента  $k$  дано физическое объяснение противоречивости экспериментальных данных по контактной выносливости зубьев эвольвентных цилиндрических косозубых передач. Оно лежит в нелинейности взаимосвязи  $F_p$  и  $\rho$  (при  $\sigma_{H\rho} = \text{const}$ ), вытекающей из механизма реального контактного взаимодействия по схеме начально-точечного касания.

Таблица 3 – Определение значений параметра  $k$  по наиболее типичным опытным данным [4, 8, 20]

Показатели		Косозубые передачи $\beta \neq 0$		прямозубые передачи $\beta=0$	
		опыты [20]	опыты [8]	опыты [4]	опыты [8]
$(\varphi_{ip} - 1) \cdot 100\%$		31,2%	104,8%	4,2%	106,9%
$(\varphi_{if} - 1) \cdot 100\%$		-7,4%	-7,0%	-6,0%	-6,0%
$(\varphi_{il} - 1) \cdot 100\%$	$\varepsilon\beta \geq 1$	-16,0%	-14,6%	-	-
	$\varepsilon\beta = 0$	—	—	0	0
$(\varphi_{ih} - 1) \cdot 100\%$	$V_{\square} < 15 \text{ м/с}$	-2,0%	—	-1,7%	—
	$V_{\square} \geq 15 \text{ м/с}$	—	12,9%	—	14,2%
Параметр $k$		0,91	2,47	0,6	2,3

Исходя из физического смысла схемы контакта типа НЛК, к реализации которой весьма близки эксперименты [4, 20], можно полагать, что значения параметра  $k$  для этих экспериментов не должны быть ниже  $k = 1$ . Однако результаты табл. 3 получены без учета негативного влияния роста  $\alpha_{tw}$  на комплекс жесткостных и динамических факторов – условно было принято  $\varphi_{tD} = 1$  и  $\varphi_{tS} = 1$  (тогда как, скорее всего, фактически их произведение  $\varphi_{tD}\varphi_{tS} < 1$ ), что приводит к занижению расчетных значений  $k$  для всех опытов [4, 20] и [8]. Это позволяет сделать вывод о том, что фактические значения параметра  $k$  в опытах [8] могут быть выше:  $k > 2,47$  (для косозубых передач) и  $k > 2,3$  для прямозубых передач.

В то же время, из табл. 3 видно, что определяющими в росте несущей способности прямозубых и косозубых передач [8] являются именно эффекты кривизны контакта  $\varphi_{ip}$ , тогда как гидродинамические факторы ( $\varphi_{ih} \approx 13\text{--}14\%$ ) могут иметь даже меньшее положительное влияние, чем отрицательное влияние других дополнительных факторов (например,  $\varphi_{if} + \varphi_{il} \approx -22\%$  для косозубой передачи [8]), проявление которых сопутствует изменению гидродинамических факторов. Это означает, что при исключении эффектов

кривизны контакта, то есть при соблюдении герцевских взаимосвязей, эксперименты [8] не показали бы рост несущей способности испытуемых передач с увеличением угла зацепления. Таким образом, влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения.

Отметим, что полученные в табл. 3 значения  $k$  отражают уровень деформативности конструкции, влияние трибологических факторов на изменение допускаемых контактных напряжений и на прирабатываемость, прочие условия прирабатываемости зубьев и ряд иных факторов, определяющих особенности реального контакта упругих тел при условии прочности  $\sigma_{H\max} = \sigma_{Hr}$ . Вместе с тем величина  $\sigma_{H\max}$  и сопутствующее ее снижению уменьшение продольной локализации контакта во многом определяют местное и общее напряженное состояние контактирующих тел и температуру фрикционного контакта. Вот почему эти значения  $k$ , в свою очередь, косвенно характеризуют эффекты роста показателей несущей способности контакта по глубинной прочности, по теплостойкости, по износостойкости, по задиростойкости и по изгибной выносливости зубьев.

Анализ [1, 2, 15...17] показал, что основной причиной противоречивости теории и практики зубчатых передач является недостоверная оценка роли кривизны зубьев в контактных явлениях.

Одной из причин (и единственным геометрическим фактором статического контакта зубьев), влияющей на роль угла зацепления, является [6, 16, 30] именно приведенный радиус кривизны  $\rho$ . Это единственный конструктивный фактор, который и определяет эффективность выбора путей совершенствования параметров передачи и системы зацепления, физические основы на базе эффектов кривизны контакта. Нами обосновано [2], что по мере ухудшения условий прирабатываемости зубьев повышается и проявление эффектов кривизны контакта. А эти условия соответствуют наиболее значимой области – области тяжелонагруженных зубчатых передач.

Приведем некоторые результаты расчетов максимальных контактных напряжений  $\sigma_c$  при сжатии упругих стальных цилиндров с приведенным радиусом кривизны  $\rho = \varphi_r \rho_o$  и перекосом осей  $\gamma$  [30] для случая силы сжатия  $F = F_o$  (табл. 4) и для условия  $F = \varphi_r F_o$  (табл. 5), соответствующего полюсу зацепления цилиндрической зубчатой передачи.

Таблица 4 – Параметры контакта стальных ( $\mu_{l,2} = 0,3$ ;  $E_{l,2} = 2,15 \cdot 10^5$  МПа) непараллельных круговых цилиндров ( $\rho_o = 10$  мм,  $\gamma = 0,01$  рад,  $l = a^\circ$ ) при неизменной сжимающей силе  $F = 934$  Н

$\varphi_r$	$a$ , мм	$b$ , мм	$\sigma_c$ , МПа	$\varphi_r^{1/2} \sigma_c^o$ , МПа	$K_{H\beta r}$	$k < 1$
1	2,28	0,25	1754	1754	1,50	
1,4	2,17	0,31	1519	1798	1,58	0,855

4	1,72	0,58	1009	2018	1,99	0,798
6	1,35	0,802	930	2278	2,53	0,708

Расчеты [30] показали, что в условиях неизменной силы сжатия  $F = \text{const}$  (табл.4) увеличение  $\rho$  приводит к росту реального коэффициента концентрации нагрузки  $K_{H\beta r}$  и к меньшему (чем по решению плоской контактной задачи Герца) снижению (что видно по росту величины  $\varphi_{\rho}^{1/2} \sigma_c^o$ ) максимальных контактных напряжений, а в результате – к снижению параметра  $k < 1$ . Этот случай интересен, но для зубчатых передач он не имеет практического значения, поскольку увеличению значения  $\rho$  в полюсе зацепления (при неизменных внешней нагрузке и габарите передачи) сопутствует рост силы сжатия  $F \approx \varphi_{\rho} F_o$ . К тому же и при  $k < 1$  наблюдаются снижение  $\sigma_c$  и улучшение формы (рост отношения  $b/a$ ) площадки контакта.

Таблица 5 – Параметры контакта стальных ( $\mu_{l,2} = 0.3$ ;  $E_{l,2} = 2.15 \cdot 10^5$  МПа) цилиндров ( $\rho_o = 10$  мм;  $l = 5$  мм;  $\gamma = 0,005$  рад) при  $F = \varphi_{\rho} F_o$ ,  $F_o = 487$  Н (герцевские напряжения  $\sigma_{H\max} = \text{const}$ )

$\varphi_{\rho}$	$a$ , мм	$b$ , мм	$\sigma_c$ , МПа	$K_{H\beta r}$	$K$
1	2,5414	0,17252	1200,5	3,3399	
1,2	2,4908	0,19089	1106,9	3,4078	1,89046
1,4	2,4466	0,20804	1034,0	3,4694	1,88746
2,0	2,3387	0,25433	884,89	3,6295	1,88013
3,0	2,2038	0,32088	744,29	3,8517	1,87030
4,0	2,0973	0,37981	660,74	4,0472	1,86148
5,0	2,0061	0,43419	604,27	4,2313	1,85306
6,0	1,9238	0,48569	563,29	4,4122	1,84464
7,0	1,8468	0,53544	532,27	4,5963	1,83595
8,0	1,7721	0,58434	508,27	4,7899	1,82665
9,0	1,6974	0,63329	489,64	5,0009	1,81632
10,0	1,6193	0,68345	475,58	5,2419	1,80428

Более характерными (в общем случае и для зубчатых передач, в частности) являются варианты увеличения нагрузки при  $\varphi_p > 1$ :  $F \geq \varphi_p F_o$ . Случаю неизменной внешней нагрузки эвольвентной зубчатой передачи примерно соответствует таблица 5. Максимальные контактные напряжения  $\sigma_c$  снижаются (при  $\sigma_{H\max} = \text{const}$ ), а форма площадки контакта (благодаря росту отношения  $b/a$ ) улучшается. Характер взаимосвязи  $F_p$  и  $\rho$  по данным табл. 5 соответствует степенной зависимости:  $F_p \approx c\rho^{1,85}$ .

Расчетами [30] подтверждены явления, обусловленные эффектами кривизны контакта. В частности, показано, что увеличение значения  $\rho$  (при росте  $K_{H\beta r}$ , как по табл.5, или при его снижении) дает снижение напряжений  $\sigma_c$  (при герцевских напряжениях  $\sigma_{H\max} = \text{const}$ ). Переход к расчетам по эффективным напряжениям и учет изгибно-сдвиговых (компенсационных) явлений приводят к оценке дополнительного снижения эффективных напряжений, себестоимости конструкции, ее чувствительности к погрешности контакта, роста нагрузочной способности и долговечности.

Приведенный анализ является дополнительным обоснованием выводов о наличии резервов кардинального роста несущей способности эвольвентной зубчатой передачи (в том числе – в полюсе зацепления) и об ошибочности традиционных физических основ, в том числе – зацепления Новикова.

Физические основы зацепления Новикова придают альтернативный характер передачам ДЛЗ, но их применение, наоборот, приводит к торможению прогресса в теории и практике зубчатых передач: «История создания, развития и промышленной реализации зацепления Новикова наиболее ярко иллюстрирует уровень несовершенства традиционных подходов к контактным и гидродинамическим расчетам зубчатых передач.» [1].

Пути совершенствования [14] силовых зубчатых зацеплений на базе эффектов кривизны контакта построены на нелинейных (негерцевских) взаимосвязях основных факторов ( $F_p = c \rho^k$ ) контактной задачи и сводятся к следующим выводам:

- о существенной зависимости контактной прочности зубьев в полюсе зацепления от формы профилей зубьев и от системы зацепления;
- о возможности кардинального снижения контактных напряжений и контактных температур в различных фазах зацепления, в т. ч. – в полюсной точке;
- о наибольшей возможности снижения контактных напряжений и контактных температур в фазе плоского внеполюсного зацепления (с начально-линейным касанием зубьев) без введения ограничений как по осевому, так и по торцовому перекрытию зубьев, вплоть до реализации внеполюсного зацепления с коэффициентом суммарного перекрытия  $\varepsilon_\gamma=0$ .

Впервые физические основы развития зубчатых зацеплений базируются на эффектах механизма твердого деформируемого тела, выявленных исследованиями механизма снижения контактных напряжений в упругих телах с близким к начально-линейному касанием. Эффекты применимы в различных узлах и деталях и показывают многообразие рациональных путей развития зубчатых передач.

Ограниченность конструктивной гибкости и сферы рационального применения эвольвентного зацепления с малыми углами исходного контура зубьев ( $\alpha \leq 20^\circ$ ) и зацепления Новикова вытекает из ошибочности традиционных физических основ.

Это наглядно продемонстрировано статьей [3], в которой выбор в качестве одного из основных направлений развития зацепления Новикова ориентирован на передачи ДЛЗ с «твердыми» колесами на базе представлений о «незыблемости» физических основ зацепления Новикова и об альтернативности генеральных идей внеполнотности и точности зацепления, об отказе от торцового перекрытия зубьев.

## **ВЫВОДЫ:**

1. Показано, что физическую основу выбора эффективных направлений совершенствования зубчатых передач дает объяснение фактов противоречивости теории и практики. Критерием достоверности (или ошибочности) физических основ совершенствования зубчатых передач является отсутствие (или наличие) фактов принципиальной противоречивости теории и практики зубчатых передач. Появление фактов противоречивости теории и практики зубчатых передач должно становиться поводом для глубокого анализа принятых физических основ совершенствования зубчатых зацеплений.
2. Причиной ошибочности традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач является существенно заниженная оценка влияния приведенного радиуса кривизны  $\rho$  на показатели деформативности и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанию, что принципиально искажает стратегию развития зубчатых передач и приводит к торможению прогресса машиностроения.
3. Обоснована узкая область достоверности традиционных физических основ:
  - «гидродинамические» физические основы не имеют смысла практического применения влияние гидродинамических факторов не определяет ни само явление роста несущей способности эвольвентной передачи при увеличении угла зацепления, ни принципы выбора его рационального значения;
  - сфера рационального применения традиционных передач Новикова типа ДЛЗ ограничена низкоскоростными и малодеформативными цилиндрическими передачами с широковенцовыми, непрямозубыми и неупрочненными колесами;
  - «фрикционные» физические основы [10, 18] рационально могут быть применимы для малонагруженных (открытых) передач;
  - физические основы Е. Бакингема и Ю.Н. Будыки рационально могут быть применимы для тихоходных узковенцовых передач.



4. Показателями торможения прогресса развития зубчатых передач на базе традиционных физических основ являются, например, применение прогрессивных эвольвентных передач с увеличенными углами зацепления (исключительно, на базе эмпирического подхода) и сохранение тупикового пути развития зацепления Новикова (в рамках передач типа ДЛЗ) с низкими показателями конкурентоспособности.
5. Традиционные физические основы развития зубчатых передач диктуют (по-разному) однообразность развития силовых зубчатых зацеплений. Предельным случаем сочетания противоречивости и альтернативности физических основ развития зубчатых передач являются физические основы создания зацепления Новикова.
6. Широкое применение в расчетной практике классического решения плоской контактной задачи Герца ограничивает точность расчетов и сдерживает реализацию значительных резервов прочности деталей различных машин и механизмов. Выявление эффектов кривизны контакта делает весьма актуальным уточнение (по схеме начально-точечного касания) методов контактного расчета упругих тел с номинально начально-линейным (или близким к нему) касанием. Эффекты кривизны контакта отражают значительно большее (относительно традиционных представлений теории и практики контактных расчетов, а также в сравнении с классическим решением плоской контактной задачи Герца) влияние приведенного радиуса кривизны  $r$  взаимодействующих тел на допускаемую силу сжатия  $F_p$  по различным показателям их функциональных свойств – контактной и глубинной прочности, задиростойкости и т.д.
7. Существенно нелинейные взаимосвязи  $F_p$  и  $r$  для тел, моделируемых упругими круговыми цилиндрами (например, типа  $F_p = c\rho^k$ ,  $k > 1$  при  $\sigma_{Hp} = \text{const}$ ), соответствуют уровню передовых отраслей техники и современным тенденциям развития мирового машиностроения.
8. Показано, что рост несущей способности эвольвентных зубчатых передач с увеличением угла зацепления обусловлен, исключительно, эффектами кривизны контакта, а уровень их проявления зависит от комплекса факторов, определяющих параметры фактического (точечного) контакта зубьев.
9. Предложены и развиваются физические основы совершенствования зубчатых передач, которые впервые базируются на эффектах механизма снижения контактных напряжений в упругих телах с близким к начально-линейному касанием (эффектах кривизны контакта). Для перехода от экстенсивного пути совершенствования зубчатых передач к их интенсивному развитию необходимо привести их физические основы в полное соответствие с мировой практикой. Перспективность физических основ развития зубчатых передач на базе эффектов кривизны контакта (эвольвентного зацепления, систем смешанного и дискретного зацепления) определена тем обстоятельством, что эффекты кривизны контакта не противоречат практике зубчатых передач.

10. Выявлено, что значительные резервы повышения (вплоть до превышающего двукратное) нагрузочной способности сохраняют эвольвентные и другие системы с торцовым перекрытием и с фазами начально-линейного касания зубьев, например, различные системы сверхаддитивного смешанного зацепления, в том числе – включающие фазы точечного зацепления Новикова зацепления [14].
11. Выявление эффектов кривизны контакта (и, в частности, эффекта роста угла зацепления эвольвентной передачи) создает возможности для инновационного прорыва в теории зубчатых передач и для интенсивного развития редукторостроения.

## **ЛЕКЦИЯ 4**

### **БЛОКИРУЮЩИЙ КОНТУР ДЛЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ, СПРОЕКТИРОВАННЫХ ПО ЗАДАННОЙ ТОЛЩИНЕ ЗУБА НА ВЕРШИНЕ**

**По материалам статьи:** Дорофеев Д. В., Шевченко И. В. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зуба на вершине// Наука и образование - электронный журнал, №4 апрель 2011 г С.1-6,. <http://technomag.edu.ru>

Метод определения качественных показателей зубчатых колес в зависимости от коэффициентов смещения по блокирующему контуру получил широкое распространение и развитие как для метода проектирования в обобщающих параметрах [2, 4], так и для традиционного метода проектирования [3, 5].

Проектирование зубчатых колес по заданной толщине зуба на вершине [1] позволяет сочетать преимущества геометрии проектирования в обобщающих параметрах с наглядностью традиционного метода проектирования.

Построение блокирующего контура по заданной толщине зуба на вершине позволит обеспечить наиболее высокую плавность работы и прочность зубчатой передачи при минимальном варьировании геометрических параметров.

Для построения блокирующего контура, по заданной толщине зуба на вершине требуется определить ряд параметров исходного контура по заданной толщине зуба на вершине.

К определяемым параметрам реечного инструмента относятся: коэффициент высоты головки  $h_a^*$  и коэффициент высоты ножки  $h_f^*$ .

В качестве исходных данных для расчета геометрии колеса используется модуль  $m$ , число зубьев колеса  $Z$ , угол исходного контура  $\alpha$ , коэффициент радиального зазора  $c^*$ , коэффициент смещения  $x$ .

На первом этапе коэффициент высоты головки принимается  $h_a^* = 1$ .

Коэффициент высоты головки определяется величиной эвольвентного угла  $\alpha_a$  на вершине зуба. Этот угол должен быть определен по заданной толщине зуба на вершине.

Минимальная толщина зуба на вершине зависит от метода термообработки, вероятности сколов вершины, марки материала и т.д. Например, зубчатые колеса с модулем, равным 3 мм, редуктора винта двигателя ТВ7-117 имеют толщину зубьев на вершине равную 0.7 - 0.75 мм.

В работе [5] угол  $\alpha_a$  профиля на окружности вершин предлагается определять с помощью нанограмм по известным значениям угла профиля на окружности заострения -  $\vartheta$  и относительной толщине зубцов на окружности вершин  $m_a$ . Однако, данный подход не позволяет получить достаточную точность для расчетов.

В настоящей работе расчет эвольвентного угла  $\alpha_a$  предлагается выполнить с помощью минимизации целевой функции  $f = |S_a - S_\zeta|$ , где  $S_a$  - толщина зуба на вершине зубчатого колеса, которая может быть задана в долях модуля или как абсолютная величина (в миллиметрах),  $S_\zeta$  - толщина зуба в сечении, заданном варьируемым эвольвентным углом  $\zeta$  методом золотого сечения, на интервале изменения эвольвентного угла  $0 < \zeta < S/(2 \cdot d) + \text{inv} \alpha$ , где  $S$  - окружная толщина зуба на делительной окружности,  $d$  - делительный диаметр.

В результате минимизации целевой функции методом золотого сечения определяется величина эвольвентного угла  $\zeta_{\text{искомый}}$ . Этот угол определит сечение, в котором толщина зуба  $S_\zeta$  с заданной точностью будет равна  $S_a$ . Этот угол соответствует углу профиля на окружности вершин.

$$\alpha_a = \zeta_{\text{искомый}}$$

Таким образом, формулы определения коэффициента высоты головки зуба выглядят следующим образом:

$$h_a^* = ((r_a - r)/T - (T \cdot x \cdot m - T_\Sigma \cdot \Delta Y \cdot m))/m, \text{ где} \quad (1)$$

$r_a$  - радиус на окружности вершин,

$r$  - радиус делительной окружности,

$\Delta Y$  - уравнительное смещение,

$T_\Sigma = T_1 \cdot T_2$  - тип зацепления, где:

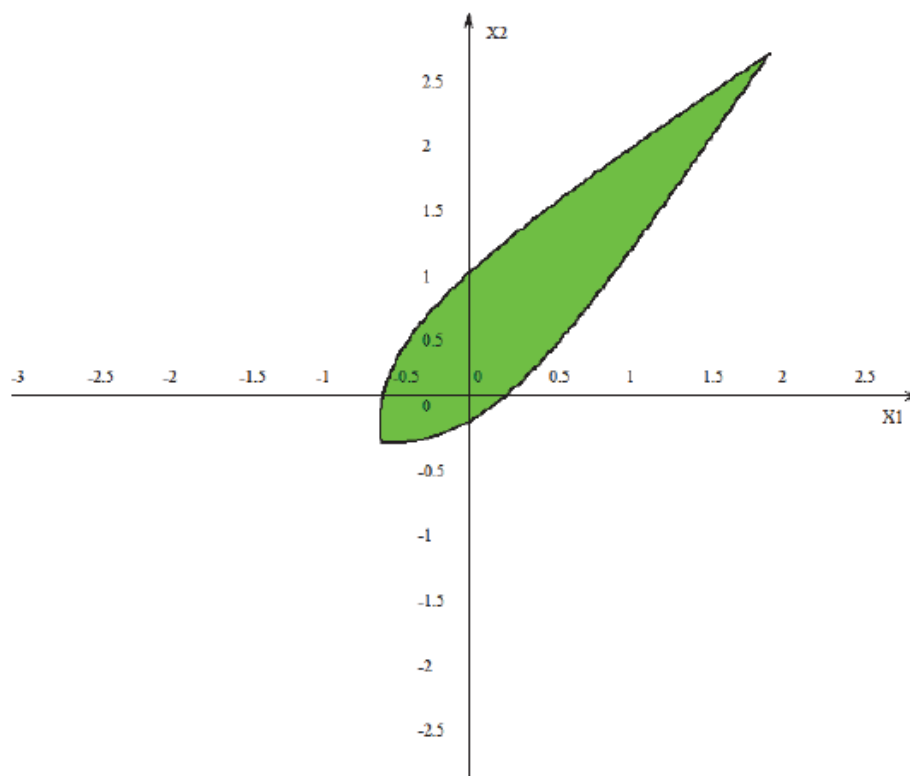
Где  $T_{1,2}$  - параметр, определяющий тип зубьев шестерни и колеса в передаче и принимает значения:  $T=1$ , если зубья внешние;  $T=-1$  если зубья внутренние.

Коэффициент высоты ножки зуба определяется по коэффициенту высоты головки сопряженного колеса.

$$h_{f1}^* = c_{01}^* + h_a^*, \quad (2)$$

$$h_{f2}^* = c_{02}^* + h_a^*. \quad (3)$$

Данный подход позволяет построить новую область существования зубчатого зацепления, в каждой точке которой меняется коэффициент высоты головки зуба, сохраняя толщину зуба на вершине постоянной (рис. 1).



**Рис. 1. Блокировочный контур по заданной толщине зуба на вершине**  
 $Z_1=27, Z_2 = 48, \alpha = 25^\circ, S_a = 0.8, X_1, X_2$  - варьируемые параметры

В любой точке закрашенного контура толщина зуба на вершине будет равна заданной величине  $S_a$ . При этом коэффициенты высоты головки исходного контура вычисляются по формулам (1-3).

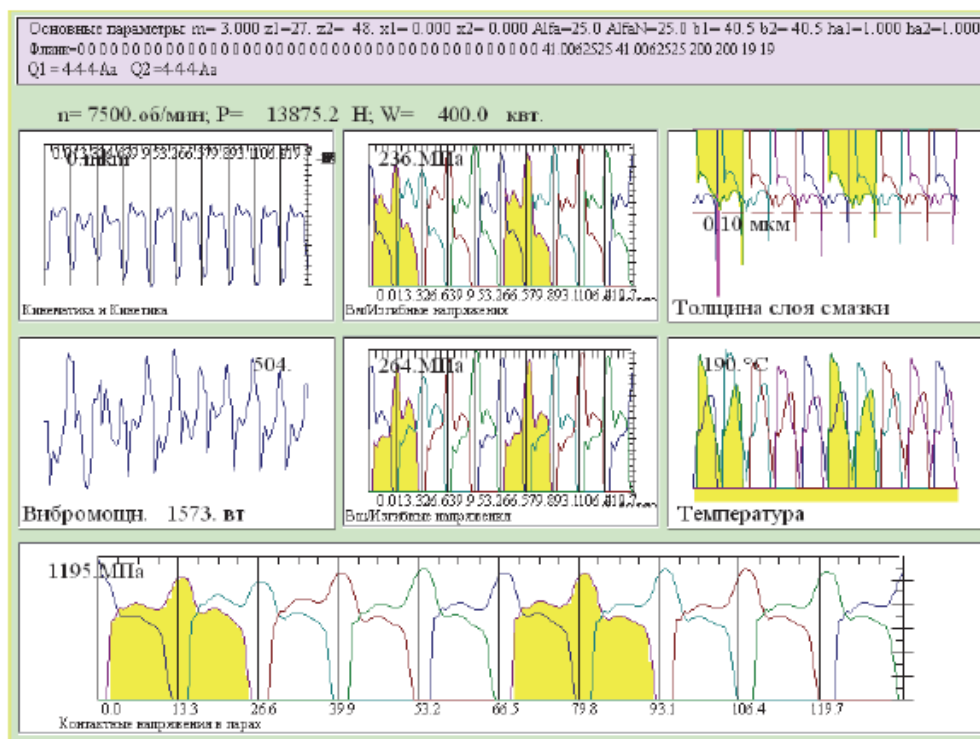
При изменении метода проектирования меняется область существования зубчатой передачи. В результате этого точка, находящаяся внутри области существования, при проектировании по ГОСТ 1 00258-77 может находиться вне области существования построенной для метода проектирования по заданной толщине зуба на вершине.

Получение блокирующего контура для метода проектирования по заданной толщине зуба на вершине позволяет провести сравнение методов проектирования.

Рассмотрим результаты данного исследования на примере авиационной прямозубой зубчатой передачи со следующими геометрическими параметрами:

Число зубьев  $Z_1=27, Z_2 = 48$ , угол исходного контура  $\alpha = 25^\circ$ , коэффициент радиального зазора  $c_{01}^* = c_{02}^* = 0.20328$ , модуль  $m = 3$ , ширина зубчатого венца  $b = 40,5$  мм. Режим нагружения: частота вращения 7500 об/мин, передаваемая мощность 400 кВт.

Коэффициент высоты головки при этом методе расчета был принят  $h_a^* = 1$ .



**Рис. 2. Результат прочностного расчета при проектировании по ОСТ 1 00258-77.**

Следующим шагом сравнения была фиксация толщины зуба на вершине  $S_a = 0.8$  (рис. 3). Коэффициент высоты головки был рассчитан по формулам (1-3).

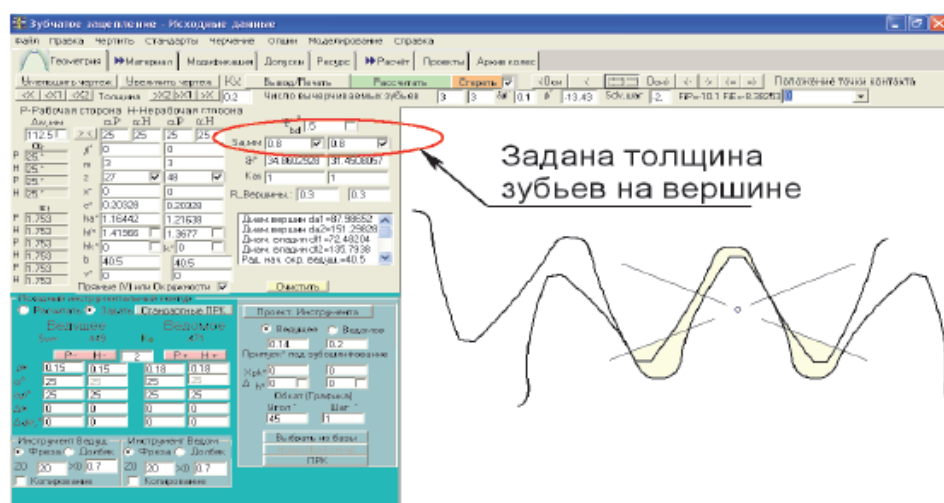
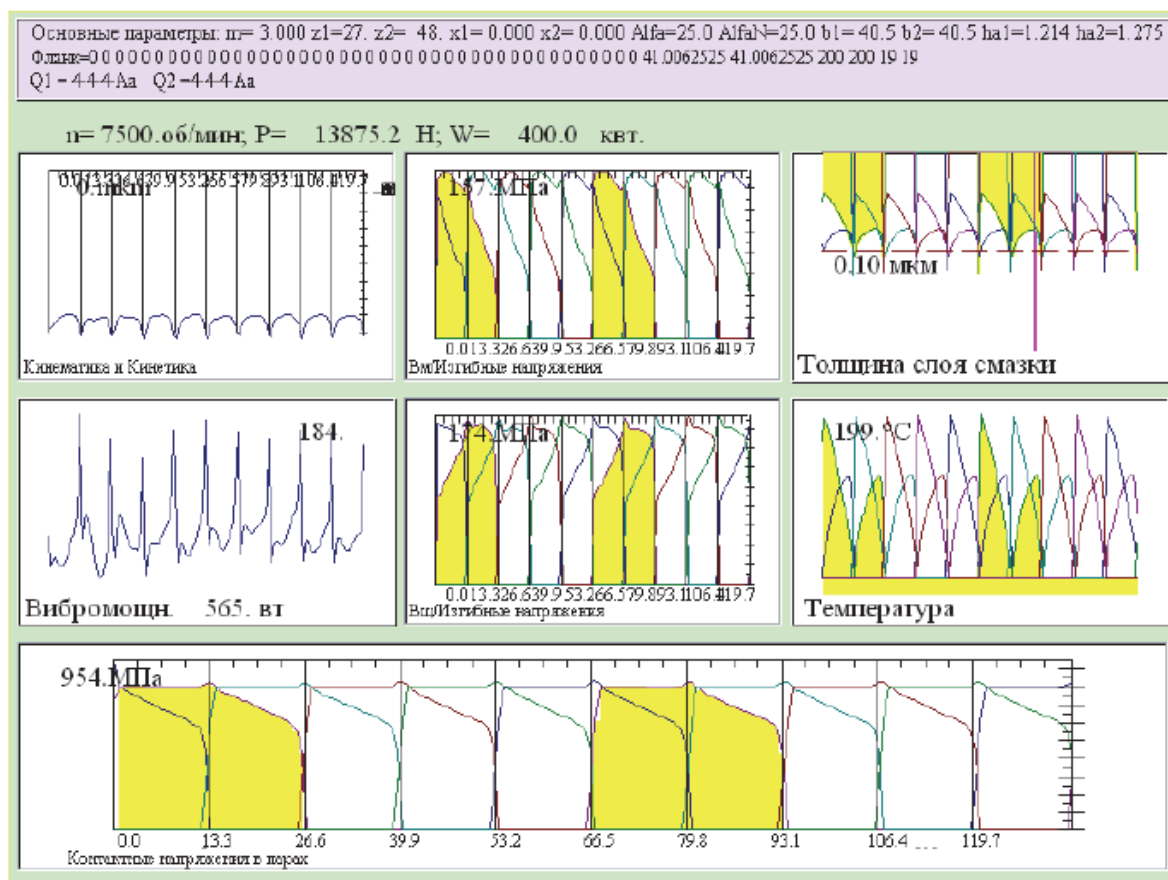


Рис. 3. Значения геометрических параметров при проектировании по заданной толщине зуба на вершине.



Результат компьютерного моделирования напряжений и вибраций при проектировании геометрии по заданной толщине зуба на вершине показан на рис. 4.



**Рис. 4. Результат прочностного расчета при проектировании по заданной толщине зуба на вершине**

Как видно из рис. 4 и рис. 2 метод проектирования по заданной толщине зуба на вершине обеспечил снижение контактных напряжений на 20 %, изгибных напряжений на 30%, величины вибрации на 64 %.

### Выводы

Блокировочные контура, используемые при проектировании авиационных зубчатых передач должны быть связаны с современными методиками проектирования. Данная задача была решена методами нелинейного программирования, что дает возможность максимально упростить процесс проектирования авиационных зубчатых передач.

Использование метода проектирования по заданной толщине зуба на вершине позволяет существенно упростить процесс проектирования и достигнуть увеличения прочностных показателей зубчатых передач.

## **ЛЕКЦИЯ 5**

### **ЭВОЛЬВЕНТНЫЕ ПЕРЕДАЧИ ОБОБЩЕННОГО ИСХОДНОГО КОНТУРА И ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ**

**По материалам статьи:** Алипиев О.Л. Геометрический расчет эвольвентных передач обобщенного исходного контура// Теория механизмов и машин. 2008. № 2. Том 6. С. 60-73



В настоящий момент самое широкое приложение в практике при геометрическом расчете эвольвентных передач нашла *традиционная теория* (ТТ), в которой основополагающим началом является *традиционный исходный контур* (ТИК). По существу ТТ связана непосредственно с изготовлением зубчатых колес, а ТИК (рис. 1) принят в качестве исходной базы для определения геометрических форм и размеров зубчатых колес и зуборезных инструментов [11]. При этом геометрия ТИК вполне определена четырьмя независимыми параметрами (модуль  $m$ , угол профиля исходного контура  $\alpha$ , коэффициент высоты головки зуба  $h_a^*$  и коэффициент радиального зазора  $c^*$ ). Вопреки своему совершенному виду и неоспоримым достоинствам ТТ имеет один существенный недостаток, связанный с узкой областью существования зубчатых колес и передач, которые геометрически определены на основании ТИК. Особенно отчетливо этот недостаток проявляется при проектировании эвольвентных колес с малым числом зубьев и зубчатых передач с высоким коэффициентом перекрытия.

Для расширения области существования эвольвентного зацепления известный русский учёный Э.Б. Вулгаков и его сотрудники разрабатывают другую теорию [12], [13], названную ими *теорией в обобщенных параметрах* (ТОП). Основной подход, на основании которого строится ТОП, связан с отрицанием ТИК как исходного начала для определения эвольвентной геометрии и назначение новых независимых параметров, непосредственно связанных с эвольвентным профилем. Этот подход в большой степени расширил возможности проектирования. С помощью ТОП стало возможным синтезировать такие зубчатые передачи, в отношении которых раньше считалось, что их невозможно сделать при эвольвентном зацеплении. Положительные результаты всё-таки не привели к массовому применению ТОП в практике и к изменению действующих стандартов [16]. Причины этого, вероятно, заложены в незнании ТОП многими специалистами и в непопулярной идее этой теории, согласно которой ТОП ориентирована не на развитие ТТ, а на её отрицание.

В ряде публикаций в последнее время наблюдается повышенный интерес к *эвольвентному зацеплению с несимметричными профилями*. При этом в одной части таких публикаций [11], [15] заложены принципы ТТ, а в другой части [14], [17], [18], [19] – принципы ТОП. Использование несимметричных профилей приводит к определённым преимуществам. Самые существенные среди них связаны с расширением области существования эвольвентного зацепления и с повышением контактной прочности в рабочем направлении движения, вследствие увеличения активного угла профиля за счет пассивного.

Несимметричность эвольвентного зацепления, по мнению автора статьи, можно осуществить не только по отношению к боковым профилям, но и в тангенциальном направлении [3], [4], [5] путем изменения толщины зубьев за счет ширины впадины производящего инструмента. Совмещение радиального смещения исходного контура и тангенциальной несимметричности зубьев [6], [7], [8] и назначение *обобщенного исходного контура* (ОИК) [1], [2], определяемого большим числом независимых параметров (рис. 2), значительно расширяет область существования эвольвентного зацепления. Это является предпосылкой для создания новой *обобщенной теории* (ОТ), в которой совмещаются преимущества ТТ и ТОП. В этой связи в настоящей статье предлагается обобщенная методика геометрического расчета всех возможных разновидностей цилиндрических эвольвентных передач внешнего зацепления, в которой вычислительные формулы для симметричных передач (ГОСТ 16532-70) получаются как частный случай при использовании предложенных формул.

## 2. Обобщенный исходный контур

Э.Б. Вулгаков считает, что “основным виновником” ограниченных возможностей ТТ является ТИК. Поэтому на основе его отрицания он разрабатывает ТОП и расширяет возможности геометрического синтеза. В этом смысле простая форма ТИК (см. рис. 1), определяемая только четырьмя независимыми параметрами, действительно задерживает развитие геометрической теории. По мнению автора статьи, причины, ограничивающие возможности традиционного синтеза, связаны не существованием исходного контура, а с частным случаем его определения. Возможен и другой подход, который, в отличие от подхода Вулгакова, связан с нахождением обобщенной формы исходного контура; после этого, с помощью утвержденного в практике традиционного принципа “от производящего контура к зубчатому колесу”, делается расчет геометрии зубчатых колес и зуборезных инструментов.

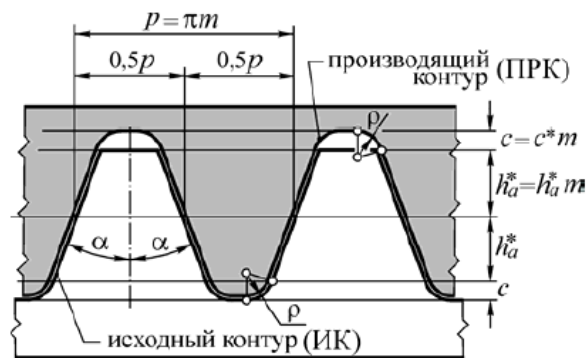


Рис. 1. Традиционный исходный контур

В этой связи предложенный ОИК (см. рис. 2), в отличие от ТИК, имеет несимметричные профили и определяется не четырьмя, а восемью независимыми параметрами (модуль  $m$ , активный профильный угол  $\alpha$ , пассивный профильный угол  $\alpha^*$ , коэффициент полной высоты зуба  $h^*$  и высотные коэффициенты переходных участков  $g_1^*, g_2^*, g_1^{**}, g_2^{**}$ ).

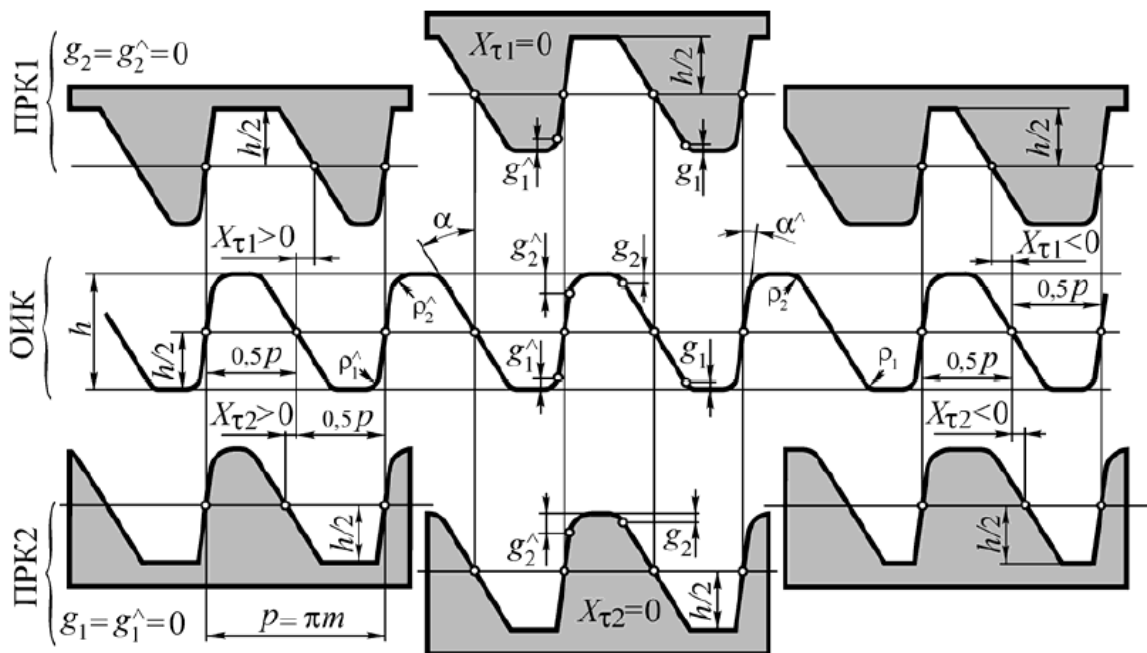


Рис. 2. Обобщенный исходный контур

Линейные размеры ОИК вычисляют по следующим формулам

$$p = \pi m, \quad h = h^* m, \quad g_1 = g_1^* m, \quad g_2 = g_2^* m, \quad g_1^{\wedge} = g_1^{\wedge*} m, \quad g_2^{\wedge} = g_2^{\wedge*} m, \quad (1)$$

а независимые параметры ТИК ( $\alpha$ ,  $h_a^*$  и  $c$ ) получаются, когда выполнены условия

$$\alpha = \alpha^{\wedge}, \quad h_a^* = 0,5 h^* - c^*, \quad c^* = g_1^* = g_2^* = g_1^{\wedge*} = g_2^{\wedge*}. \quad (2)$$

В понятие ОИК, в отличие от понятия ТИК, вкладывается более широкий смысл по отношению к получаемым производящим контурам. В самом общем случае ОИК определяет геометрию двух разных производящих реечных контуров. Первый (ПРК1) используется для профилирования инструмента шестерни, а второй (ПРК2) – для инструмента колеса. Кроме того, расположение противоположащих профилей в производящих контурах получается тангенциальным смещением профилей ОИК (далее используется только короткое понятие *тангенциальное смещение*). Существование *тангенциального смещения* при определении производящих контуров является основным моментом ОТ. Это в значительной степени расширяет область существования синтезированных передач. Тангенциальные смещения  $X_{\tau 1}$  и  $X_{\tau 2}$  в двух производящих контурах и сумма этих смещений  $X_{\tau \Sigma}$  определяются уравнениями

$$X_{\tau 1} = x_{\tau 1} m, \quad X_{\tau 2} = x_{\tau 2} m, \quad X_{\tau \Sigma} = x_{\tau \Sigma} m = (x_{\tau 1} + x_{\tau 2}) m, \quad (3)$$

где  $x_{\tau 1}$ ,  $x_{\tau 2}$  и  $x_{\tau \Sigma}$  – коэффициенты. При этом тангенциальное смещение положительное ( $X_{\tau} > 0$ ), если ширина впадины зуба производящего инструмента средней прямой  $m$ - $m$  (рис. 2 и 3) больше, чем толщина зуба, и отрицательное ( $X_{\tau} < 0$ ) в обратном случае.

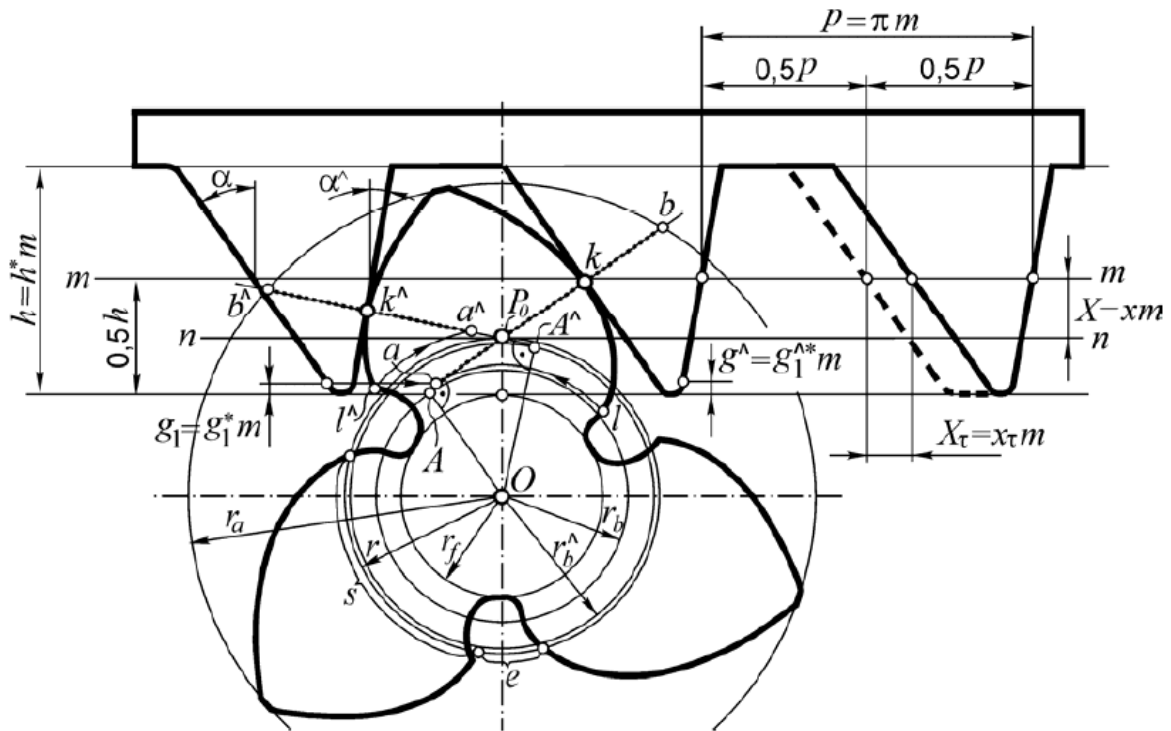


Рис. 3. Станочное зацепление шестерни с производящей рейкой

ОИК, ПРК1 и ПРК2 различаются между собой не только по отношению тангенциального смещения, но и по числу, местоположению и величине переходных участков. В этом смысле ОИК определяется четырьмя переходными участками, а в производящих контурах этих участков два. Они расположены только у вершин зубьев, как показано на рис. 2.



### 3. Двустороннее смещение эвольвентных колес

Геометрия зубчатых колес в ОТ (как и в ТТ) определяется с помощью представленного на рис. 3 станочного реечного зацепления. В общем случае, как видно непосредственно из этой схемы, относительное положение инструмента и заготовки получено смещением прямолинейных профилей ОИК в двух направлениях – радиальном и тангенциальном. При этом радиальное смещение осуществлено смещением исходного контура на величину  $X=x_m$ , а тангенциальное – смещением боковых профилей ОИК на величину  $X_t=x_t m$  по отношению к их номинальному положению. В результате двустороннего смещения толщина зубьев  $s$  и ширина впадин  $e$  по дуге делительной окружности (с радиусом  $r$ ) получаются разными. В зависимости от соотношений этих величин и вида смещения, в общем случае, возможны восемь разновидностей зубчатых колес (рис. 4). Если сравнить с ТТ, то там разновидностей колес только три (нулевое, радиально-положительное и радиально-отрицательное).

Для колёс без смещения выполняется равенство  $s = e$ . Это же самое равенство будет выполняться и для колёс с двусторонним смещением, но при дополнительном условии:

$$x_r + x(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha') = 0. \quad (4)$$

Такое двустороннее смещение называется *равновесным смещением*.

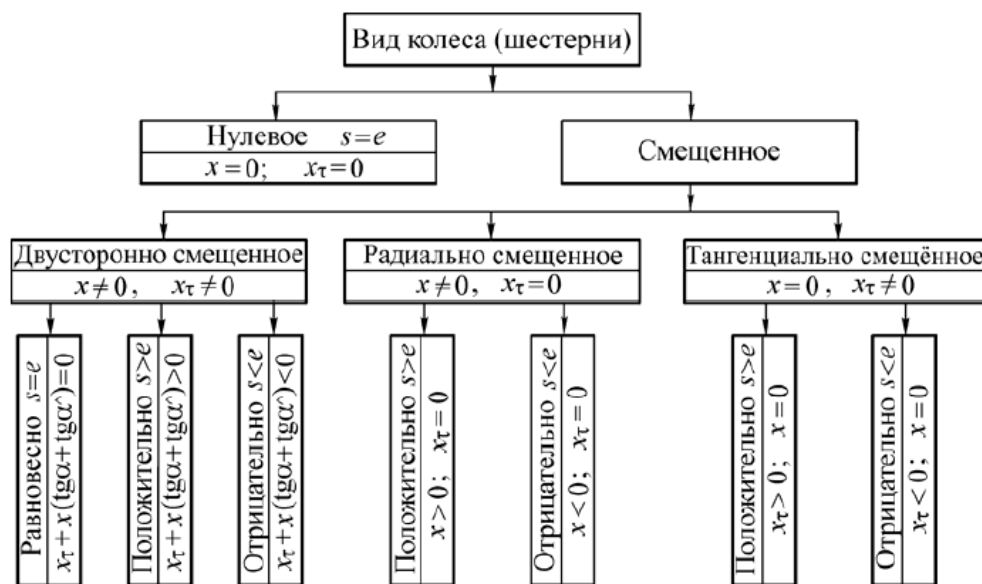


Рис. 4. Разновидности зубчатых колес

От выбора  $x$  и  $x_t$  в большой мере зависят геометрия зубчатых колес, качественные показатели зацепления и нагрузочная способность передачи. При этом для каждой передачи четыре коэффициента  $x_1$ ,  $x_{t1}$ ,  $x_2$  и  $x_{t2}$  назначают индивидуально, в соответствии с её предназначением и предъявляемыми к ней требованиями. Выбор рациональных коэффициентов смещения – это один из основных этапов геометрического синтеза зубчатой передачи в предлагаемой методике.

### 4. Обобщённое образование эвольвентной передачи внешнего зацепления

Принцип, на основании которого образуется эвольвентная передача обобщенного внешнего зацепления, поясняется с помощью рис. 5. На нём показано во взаимной связи эвольвентное зацепление косозубых колес и инструментальные зацепления этих колес с



производящими рейками ПР1 и ПР2 в торцевом сечении. Образование обобщенного зацепления сначала устанавливается выбором ОИК, а потом, после назначения коэффициентов тангенциального смещения  $x_{t1}$  и  $x_{t2}$ , определяется геометрия ПР1 и ПР2. Каждая из этих двух производящих реек может быть с нулевым, положительным или отрицательным тангенциальным смещением боковых профилей, пока у ОИК нет смещения в тангенциальном направлении. Далее, полученными производящими рейками и заданными коэффициентами радиального смещения  $x_1$  и  $x_2$  определяется геометрия шестерни и колеса в станочном зацеплении. Впоследствии они образуют зацепление в обобщенной эвольвентной передаче. На рис. 6 представлена обобщенная классификация эвольвентных передач в зависимости от условий, накладываемых на радиальные и тангенциальные смещения.



Рис. 6. Классификация эвольвентных передач

Из рисунка видно, что равенство  $a_w = a$ , характерное для нулевых передач, выполняется в трёх случаях. В двух из этих случаев (передачи “без смещения” и “равносмещенные” передачи) необходимо, чтобы  $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$  и  $x_{t\Sigma} = x_{t1} + x_{t2} = 0$ . В третьем случае нулевая передача получается с двусторонним смещением, когда выполнено условие

$$\frac{x_{t\Sigma}}{x_\Sigma} = -2(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^). \quad (5)$$

Передача с таким двусторонним смещением называется *равновесно смещенной передачей*. Условие (5) устанавливает границу разделения положительных и отрицательных передач.

## 5. Обобщенная методика геометрического расчета

К заданным величинам для геометрического расчета относятся: независимые параметры  $m$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha^$ ,  $h^*$ ,  $g_1^*$ ,  $g_2^*$ ,  $g_1^{\wedge*}$ ,  $g_2^{\wedge*}$  ОИК и параметры  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $c_1^*$ ,  $c_2^*$  зубчатой передачи. Кроме них, в соответствии с решаемой задачей, задаются дополнительно еще пять из следующих шести взаимно связанных параметров:  $a_w$ ,  $x_1$ ,  $x_{t1}$ ,  $x_2$ ,  $x_{t2}$  и  $\beta$ . Геометрический синтез обобщенного зацепления часто связан с решением двух основных задач. В *первой* из них заданы  $x_1$ ,  $x_{t1}$ ,  $x_2$ ,  $x_{t2}$  и  $\beta$ , требуется определить межосевое расстояние  $a_w$ . Во *второй* задаче межосевое расстояние  $a_w$  считается заданным. Возможен и комбинированный вариант, когда после решения первой задачи величина  $a_w$  округляется, и потом решается вторая задача. Последовательность решения первой задачи показана в таблицах 1, 2, 3 и 4, в которых из-за ограниченного объема статьи нетрадиционные вычислительные формулы даны без вывода.



Для осуществления взаимной связи между вычисляемыми величинами и выявления их физической сущности полученные результаты визуализированы на рис. 5. Кроме этого, на рис. 7 показаны характерные точки профилей и связанные с ними параметры.

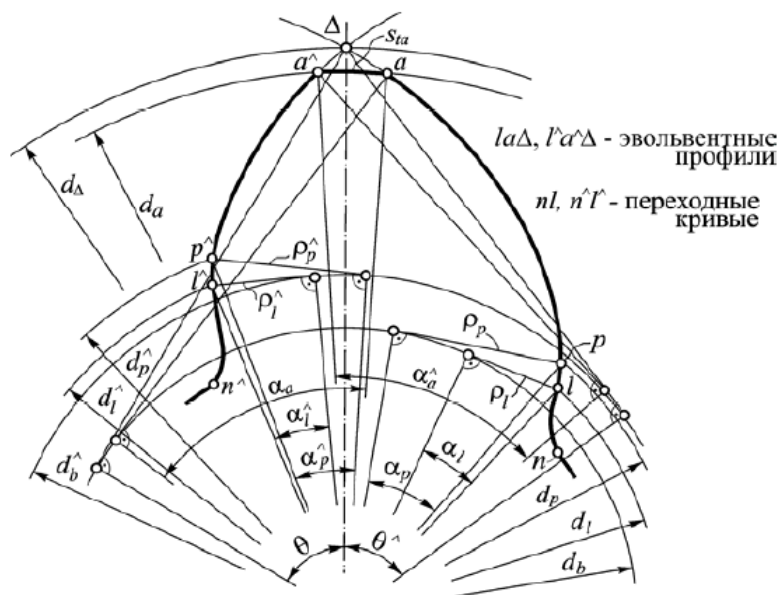


Рис. 7. Характерные точки активного и пассивного профилей

Расчёт коэффициента перекрытия по предлагаемой методике базируется на общем подходе, описанном в [10]. Он применим как для нормальных (неподрезанных), так и для подрезанных зубьев (традиционный подход применим только для нормальных зубьев). Начальная точка  $a$  и конечная точка  $b$  линии зацепления определяются не одной (как у традиционной методики), а тремя характерными схемами (рис. 8).

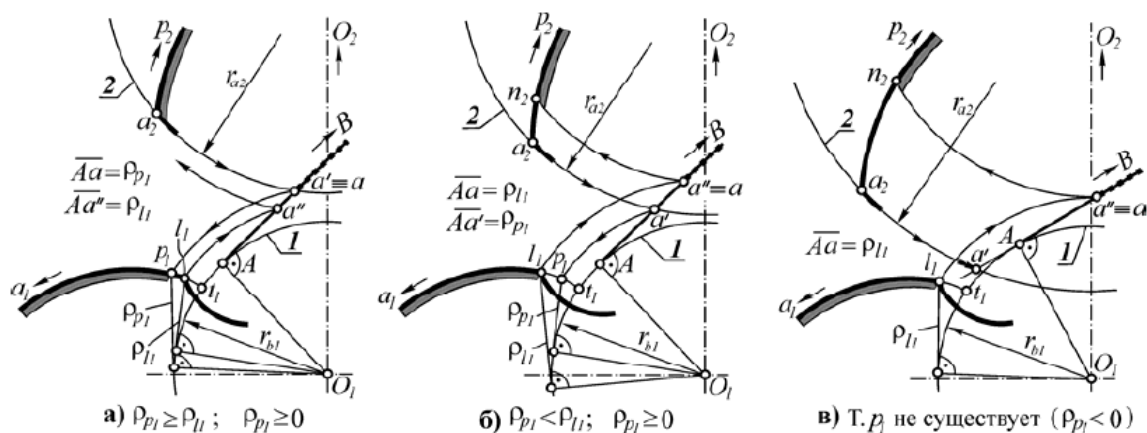


Рис. 8. Местоположение точки подрезанного профиля и точки  $a$  начала зацепления

Решение второй задачи требует предварительного определения углов зацепления  $\alpha_{nw}$  и  $\alpha_{nw}'$  (они определяются по формулам, приведённым в табл. 2). После этого при помощи основного уравнения обобщенного зацепления

$$x_{\tau\Sigma} + x_{\Sigma} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha') = (z_1 + z_2) (\operatorname{inv} \alpha_{nw} + \operatorname{inv} \alpha_{nw}' - \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_t') \quad (6)$$

находится связь между суммарными коэффициентами смещения  $x_{\Sigma}$  и  $x_{\tau\Sigma}$ . Далее, после уточнения значений  $x_1$ ,  $x_{\tau1}$ ,  $x_2$ ,  $x_{\tau2}$  и  $\beta$  решение выполняется так же, как и в первой задаче.

Таблица 1

## Исходные данные для геометрического расчета

Наименование независимого параметра			Обозначение	Пример
Модуль			$m$	10
Делительный угол наклона линии зуба			$\beta$	$22^\circ$
Число зубьев	шестерни		$z_1$	4
	колеса		$z_2$	7
Обобщенный исходный контур (ОИК)	активный угол профиля		$\alpha$	$32^\circ$
	пассивный угол профиля		$\alpha^\wedge$	$16^\circ$
	коэффициент высоты зуба		$h^*$	2,2
	Коэффициент высоты перехода	активного профиля шестерни	$g_1^*$	0,12
		пассивного профиля шестерни	$g_1^{\wedge*}$	0,15
		активного профиля колеса	$g_2^*$	0,14
		пассивного профиля колеса	$g_2^{\wedge*}$	0,35
Коэффициент радиального зазора	шестерни		$c_1^*$	0,08
	колеса		$c_2^*$	0,05
Коэффициент радиального смещения	шестерни		$x_1$	0,31
	колеса		$x_2$	- 0,18635
Коэффициент тангенциального смещения	шестерни		$x_{\tau 1}$	0,27
	колеса		$x_{\tau 2}$	- 0,17

Таблица 2

Расчет межосевого расстояния  $a_w$  при заданных коэффициентах  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_{\tau 1}$  и  $x_{\tau 2}$ 

Наименование параметра		Обозначение	Расчетная формула	Пример
Делительное межосевое расстояние		$a$	$a = m(z_1 + z_2)/2 \cos \beta$	59,3194
Торцовые углы ОИК	активного профиля	$\alpha_t$	$\alpha_t = \arctg(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta)$	$33,9777^\circ$
	пассивного профиля	$\alpha_t^\wedge$	$\alpha_t^\wedge = \arctg(\operatorname{tg} \alpha^\wedge / \cos \beta)$	$17,1850^\circ$
Коэффициент суммы	радиальных смещений	$x_\Sigma$	$x_\Sigma = x_1 + x_2$	0,12365
	тангенциальных смещений	$x_{\tau \Sigma}$	$x_{\tau \Sigma} = x_{\tau 1} + x_{\tau 2}$	0,10
Углы зацепления (Определяются в результате решения приведённой системы уравнений)	активного профиля	$\alpha_{dv}$	$\operatorname{inv} \alpha_{dv} + \operatorname{inv} \alpha_{dv}^\wedge = \frac{x_{\tau \Sigma} + 2x_\Sigma (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^\wedge)}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_t^\wedge$ $\frac{\cos \alpha_{dv}}{\cos \alpha_{dv}^\wedge} = \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_t^\wedge}$	$36,2535^\circ$
	пассивного профиля	$\alpha_{dv}^\wedge$		$21,7151^\circ$
Межосевое расстояние		$a_w$	$a_w = a \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{dv}}$ , или	61





		$a_w = a \frac{\cos \alpha_t^{\wedge}}{\cos \alpha_{tw}^{\wedge}}$	
--	--	--	--

Таблица 3

## Геометрические размеры и параметры колес

Наименование параметра		Обозначение	Расчетная формула	Пример
Коэффициент наименьшего радиального смещения	активного профиля	$x_{\min}$	$x_{i,\min} = 0,5(h^* - z_i \sin^2 \alpha_t / \cos \beta) - g_i^*$	0,3063 -0,2190
	пассивного профиля	$x_{\min}^{\wedge}$	$x_{i,\min}^{\wedge} = 0,5(h^* - z_i \sin^2 \alpha_t^{\wedge} / \cos \beta) - g_i^{*\wedge}$	0,7617 0,4205
Коэффициент наименьшего тангенциального смещения		$x_{r\min}$	$x_{r1,\min} = x_{r2,\min} = 0,5[h^*(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^{\wedge}) - \pi]$	-0,5680
Коэффициент максимального тангенциального смещения		$x_{r\max}$	$x_{ri,\max} = 0,5\pi - (0,5h^* - g_i^*)\operatorname{tg} \alpha - (0,5h^* - g_i^{*\wedge})\operatorname{tg} \alpha^{\wedge} - g_i^* \operatorname{tg}(45^0 + \alpha/2) - g_i^{*\wedge} \operatorname{tg}(45^0 + \alpha^{\wedge}/2)$	0,2705 0,0388
Делительный диаметр		$d$	$d_i = m z_i / \cos \beta$	43,141 75,497
Основной диаметр	активный	$d_b$	$d_{bi} = d_i \cos \alpha_t$	35,7752 62,6066
	пассивный	$d_b^{\wedge}$	$d_{bi}^{\wedge} = d_i \cos \alpha_t^{\wedge}$	41,2154 72,1269
Диаметр впадин		$d_f$	$d_{fi} = d_i - (h^* - 2x_i)m$	27,341 49,770
Начальный диаметр	шестерни	$d_{w1}$	$d_{w1} = 2a_w / (z_2 / z_1 + 1)$	44,364
	колеса	$d_{w2}$	$d_{w2} = 2a_w - d_{w1}$	77,636
Радиальный зазор	шестерни	$c_1$	$c_1 = c_1^* m$	0,8
	колеса	$c_2$	$c_2 = c_2^* m$	0,5
Коэффициент уравнивающего смещения		$\Delta y$	$\Delta y = x_{\Sigma} - (a_w - a) / m$	-0,0444
Диаметр вершин зубьев	шестерни	$d_{a1}$	$d_{a1} = 2a_w - d_{f2} - 2c_1^* m$ , или $d_{a1} = d_1 + 2m(h^*/2 - c_1^* + x_1 - \Delta y)$	70,630
	колеса	$d_{a2}$	$d_{a2} = 2a_w - d_{f1} - 2c_2^* m$ , или $d_{a2} = d_2 + 2m(h^*/2 - c_2^* + x_2 - \Delta y)$	93,659
Окружная делительная толщина зуба в торцевой плоскости		$s_t$	$s_{ti} = \frac{m}{\cos \beta} [\frac{\pi}{2} + x_{ti} + x_i (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^{\wedge})]$	22,912 13,276
Делительная нормальная толщина зуба		$s$	$s_i = s_{ti} \cos \beta$	21,234 12,309
Угол профиля в точке на окружности вершин	активного профиля	$\alpha_a$	$\alpha_{ai} = \arccos(d_{bi} / d_{ai})$	59,5678 <sup>0</sup> 48,0520 <sup>0</sup>
	пассивного профиля	$\alpha_a^{\wedge}$	$\alpha_{ai}^{\wedge} = \arccos(d_{bi}^{\wedge} / d_{ai})$	54,2999 <sup>0</sup> 39,6367 <sup>0</sup>
Угол наклона линии зуба на поверхности вершин		$\beta_a$	$\beta_{ai} = \operatorname{arctg}(d_{ai} \operatorname{tg} \beta / d_i)$	33,4830 <sup>0</sup> 26,6208 <sup>0</sup>
Толщина зуба на поверхности вершин в торцевой плоскости		$s_{ta}$	$s_{ta,i} = d_{ai} \{ \pi / 2 z_i + [x_i (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha^{\wedge}) + x_{ti}] / z_i +$	1,6035 1,4705

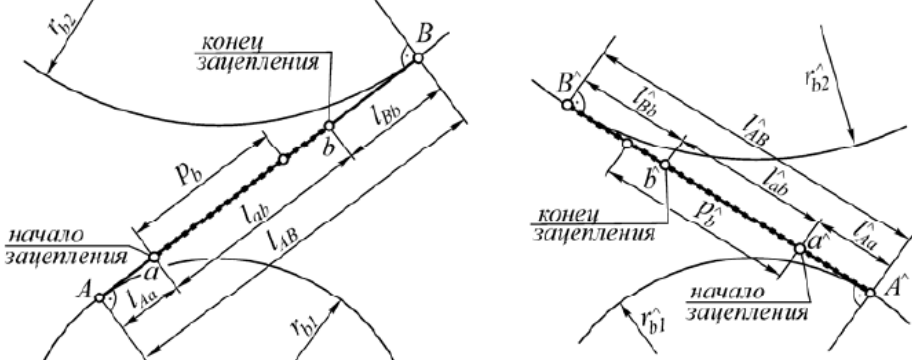
			$+(inv \alpha_t + inv \hat{\alpha}_t)/2 - (inv \alpha_{ai} + inv \hat{\alpha}_{ai})/2\}$	
Нормальная толщина зуба на поверхности вершин	$s_a$		$s_{ai} = s_{ta,i} \cos \beta_{ai}$	1,337 1,315
Угол окружности заострения вершин зубьев в точке	активного профиля пассивного профиля	$\theta$ $\hat{\theta}$	<p>Определяются в результате решения системы уравнений:</p> $inv \theta_i + inv \hat{\theta}_i = inv \alpha_t + inv \hat{\alpha}_t +$ $+ [\pi + 2x_i(tg \alpha + tg \hat{\alpha}) + 2x_{ti}] / z_i$ $\frac{\cos \theta_i}{\cos \hat{\theta}_i} = \frac{\cos \alpha_t}{\cos \hat{\alpha}_t}$	$z_1 = 4$ $60,0519^0$ $48,8599^0$ $z_2 = 7$ $54,8914^0$ $40,7165^0$
Диаметр окружности заострения вершин зубьев	$d_\Delta$		$d_{\Delta i} = d_i \frac{\cos \alpha_t}{\cos \theta_i} = d_i \frac{\cos \hat{\alpha}_t}{\cos \hat{\theta}_i}$	71,663 95,161
Радиус кривизны зуба в граничной точке	активного профиля	$\rho_l$	<p>При <math>x_i \geq x_{i \min}</math>:</p> $\rho_{li} = 0,5 d_i \sin \alpha_t - m[0,5 h^* - g_i^* - x_i] / \sin \alpha_t$ <p>При <math>x_i &lt; x_{i \min}</math>:</p> $\rho_{li} \approx m[0,5(h^* - z_i \sin^2 \alpha_t / \cos \beta) - g_i^* - x_i]$	0,0668 0,5847
	пассивного профиля	$\hat{\rho}_l$	<p>При <math>x_i \geq \hat{x}_{i \min}</math>:</p> $\hat{\rho}_{li} = 0,5 d_i \sin \hat{\alpha}_t - m[0,5 h^* - g_i^* - x_i] / \sin \hat{\alpha}_t$ <p>При <math>x_i &lt; \hat{x}_{i \min}</math>:</p> $\hat{\rho}_{li} \approx m[0,5(h^* - z_i \sin^2 \hat{\alpha}_t / \cos \beta) - g_i^* - x_i]$	4,5170 6,0682
Угол профиля в граничной точке	активного участка	$\alpha_l$	<p>При</p> $x_i \geq x_{i \min} \rightarrow tg \alpha_{li} = tg \alpha_t - \frac{4 \cos \beta [0,5 h^* - g_i^* - x_i]}{z_i \sin 2 \alpha_t}$ <p>При <math>x_i &lt; x_{i \min} \rightarrow tg \alpha_{li} = 2 \rho_{li} / d_{bi}</math></p>	0,2139 <sup>0</sup> 1,0701 <sup>0</sup>
	пассивного участка	$\hat{\alpha}_l$	<p>При <math>x_i \geq \hat{x}_{i \min} \rightarrow</math></p> $tg \hat{\alpha}_{li} = tg \hat{\alpha}_t - \frac{4 \cos \beta [0,5 h^* - g_i^* - x_i]}{z_i \sin 2 \hat{\alpha}_t}$ <p>При <math>x_i &lt; \hat{x}_{i \min} \rightarrow tg \hat{\alpha}_{li} = 2 \hat{\rho}_{li} / \hat{d}_{bi}</math></p>	12,3631 <sup>0</sup> 9,5514 <sup>0</sup>
Диаметр окружности в граничной точке	активного профиля	$d_l$	$d_{li} = d_{bi} / \cos \alpha_l, \text{ или}$ $d_{li} = \sqrt{d_{bi}^2 + 4 \rho_{li}^2}$	35,7755 62,6175
	пассивного профиля	$\hat{d}_l$	$\hat{d}_{li} = \hat{d}_{bi} / \cos \hat{\alpha}_l, \text{ или}$ $d_{li} = \sqrt{\hat{d}_{bi}^2 + 4 \hat{\rho}_{li}^2}$	42,1938 73,1409
Угол профиля в нижней контактной точке	активного участка	$\alpha_p$	$tg \alpha_{p1} = tg \alpha_{tw} - z_2 (tg \alpha_{a2} - tg \alpha_{tw}) / z_1$ $tg \alpha_{p2} = tg \alpha_{tw} - z_1 (tg \alpha_{a1} - tg \alpha_{tw})$	<p>Если <math>tg \alpha_{pi} &lt; 0</math> точка <math>p</math> не существует</p>

	пассивного участка	$\alpha_p^{\wedge}$	$\operatorname{tg} \alpha_{p1}^{\wedge} = \operatorname{tg} \alpha_{tw}^{\wedge} - z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2}^{\wedge} - \operatorname{tg} \alpha_{tw}^{\wedge}) / z_1$ $\operatorname{tg} \alpha_{p2}^{\wedge} = \operatorname{tg} \alpha_{tw}^{\wedge} - z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1}^{\wedge} - \operatorname{tg} \alpha_{tw}^{\wedge}) / z_2$	Если $\operatorname{tg} \alpha_{pi}^{\wedge} < 0$ точка $p$ не существует	-19,5153 -9,6145
Радиус кривизны зуба в нижней контактной точке	активного профиля	$\rho_p$	$\rho_{p1} = a_w \sin \alpha_{tw} - 0,5 d_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{a2}$ $\rho_{p2} = a_w \sin \alpha_{tw} - 0,5 d_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{a1}$	Если $\rho_{pi} < 0$ точка $p$ не существует	1,2435 5,6234
	пассивного профиля	$\rho_p^{\wedge}$	$\rho_{p1}^{\wedge} = a_w \sin \alpha_{tw}^{\wedge} - 0,5 d_{b2}^{\wedge} \operatorname{tg} \alpha_{a2}^{\wedge}$ $\rho_{p2}^{\wedge} = a_w \sin \alpha_{tw}^{\wedge} - 0,5 d_{b1}^{\wedge} \operatorname{tg} \alpha_{a1}^{\wedge}$	Если $\rho_{pi}^{\wedge} < 0$ точка $p$ не существует	-7,3038 -6,1091
Диаметр окружности нижней контактной точки	активного профиля	$d_p$	$d_{pi} = d_{bi} / \cos \alpha_{pi}$ , или $d_{pi} = \sqrt{d_{bi}^2 + 4\rho_{pi}^2}$		35,8615 63,6088
	пассивного профиля	$d_p^{\wedge}$	$d_{pi}^{\wedge} = d_{bi}^{\wedge} / \cos \alpha_{pi}^{\wedge}$ , или $d_{li}^{\wedge} = \sqrt{d_{pi}^{\wedge 2} + 4\rho_{pi}^{\wedge 2}}$		- -
П р и м е ч а н и е: 1) Во всех обозначениях нижний индекс $i$ равен 1 или 2. Случай $i = 1$ относится к шестерне и ПРК1; случай $i = 2$ относится к колесу и ПРК2 2) Расчет диаметра $d_p$ ( $d_p^{\wedge}$ ) не производится, если $\alpha_{pi} < 0$ и $\rho_{pi} < 0$ ( $\alpha_{pi}^{\wedge} < 0$ и $\rho_{pi}^{\wedge} < 0$ ).					

Таблица 4

## Расчет коэффициента перекрытия при прямом и обратном направлениях вращения

Наименование параметра		Обозначение	Расчетная формула	Пример
Основной шаг в торцевой плоскости (активной, пассивной)		$p_b, p_b^{\wedge}$	$p_b = \pi m \cos \alpha_t / \cos \beta$ ; $p_b^{\wedge} = \pi m \cos \alpha_t^{\wedge} / \cos \beta$	28,0978 32,3704
Теоретический участок линии зацепления (активной, пассивной)		$l_{AB}, l_{AB}^{\wedge}$	$l_{AB} = a_w \sin \alpha_{tw}; l_{AB}^{\wedge} = a_w \sin \alpha_{tw}^{\wedge}$	36,0729 22,5695
Нерабочий начальный участок линии зацепления	активной	$l_{Aa}$	При $x_1 \geq x_{1\min} \rightarrow l_{Aa} = \rho_{p1}$ При $x_1 < x_{1\min}$ и $\rho_{l1} \leq \rho_{p1} \rightarrow l_{Aa} = \rho_{p1}$ При $x_1 < x_{1\min}$ и $\rho_{l1} > \rho_{p1} \rightarrow l_{Aa} = \rho_{l1}$	1,2435
	пассивной	$l_{Aa}^{\wedge}$	При $x_1 \geq x_{1\min}^{\wedge} \rightarrow l_{Aa}^{\wedge} = \rho_{p1}^{\wedge}$ При $x_1^{\wedge} < x_{1\min}^{\wedge}$ и $\rho_{l1}^{\wedge} \leq \rho_{p1}^{\wedge} \rightarrow l_{Aa}^{\wedge} = \rho_{p1}^{\wedge}$ При $x_1^{\wedge} < x_{1\min}^{\wedge}$ и $\rho_{l1}^{\wedge} > \rho_{p1}^{\wedge} \rightarrow l_{Aa}^{\wedge} = \rho_{l1}^{\wedge}$	4,5170
Нерабочий конечный участок линии зацепления	активной	$l_{Bb}$	При $x_2 \geq x_{2\min} \rightarrow l_{Bb} = \rho_{p2}$ При $x_2 < x_{2\min}$ и $\rho_{l2} \leq \rho_{p2} \rightarrow l_{Bb} = \rho_{p2}$ При $x_2 < x_{2\min}$ и $\rho_{l2} > \rho_{p2} \rightarrow l_{Bb} = \rho_{l2}$	5,6234
	пассивной	$l_{Bb}^{\wedge}$	При $x_2 \geq x_{2\min}^{\wedge} \rightarrow l_{Bb}^{\wedge} = \rho_{p2}^{\wedge}$ При $x_2^{\wedge} < x_{2\min}^{\wedge}$ и $\rho_{l2}^{\wedge} \leq \rho_{p2}^{\wedge} \rightarrow l_{Bb}^{\wedge} = \rho_{p2}^{\wedge}$ При $x_2^{\wedge} < x_{2\min}^{\wedge}$ и $\rho_{l2}^{\wedge} > \rho_{p2}^{\wedge} \rightarrow l_{Bb}^{\wedge} = \rho_{l2}^{\wedge}$	6,0682

Рабочий участок линии зацепления (активной, пассивной)	$l_{ab}, l_{ab}^{\wedge}$	$l_{ab}=l_{AB}-l_{Aa}-l_{Bb}; \quad l_{ab}^{\wedge}=l_{AB}^{\wedge}-l_{Aa}^{\wedge}-l_{Bb}^{\wedge}$	29,2059 11,9843
Коэффициент торцового перекрытия (активный, пассивный)	$\varepsilon_a, \varepsilon_a^{\wedge}$	$\varepsilon = \frac{l_{ab}}{p_b}, \quad \varepsilon_a^{\wedge} = \frac{l_{ab}^{\wedge}}{p_b^{\wedge}}$	1,039 0,370
Рабочая ширина зацепления	$b_w$	$b_w = \min(b_{w1}; b_{w2})$ $b_{w1}$ - ширина шестерни, $b_{w1}$ - ширина колеса	100
Коэффициент осевого перекрытия (активный, пассивный)	$\varepsilon_{\beta}, \varepsilon_{\beta}^{\wedge}$	$\varepsilon_{\beta} = \varepsilon_{\beta}^{\wedge} = \frac{b_w \sin \beta}{\pi m}$	1,192
Коэффициент перекрытия (активный, пассивный)	$\varepsilon, \varepsilon^{\wedge}$	$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_{\beta}; \quad \varepsilon^{\wedge} = \varepsilon_a^{\wedge} + \varepsilon_{\beta}^{\wedge}$	2,23 1,56
Характерные участки линии зацепления			
	П р и м е ч а н и е: 1) Точка А – начало теоретического участка линии зацепления. 2) Метод расчета – один и тот же, как для нормальных, так и для подрезанных зубьев.		

## 6. Проверка качества зацепления

Качество зубчатой передачи базируется на нескольких геометрических показателях, определяющих границы области её существования. В ходе геометрического расчета проверяются пять ограничительных условий, связанных с: 1) *реальным существованием ОИК*; 2) *подрезанием эвольвентных профилей*; 3) *заострением зубьев*; 4) *интерференцией в зацеплении*; 5) *коэффициентом перекрытия*. Выполнение условия 1 проверяется вычислением  $x_{\tau \min}$  и  $x_{\tau \max}$  по формулам, приведённым в табл. 3. Характер остальных четырех ограничительных условий, по существу, тот же самый, что и в традиционной методике. В общем случае для пассивных профилей допускается определённое подрезание [9], вследствие которого выполнение условий 2 и 5 не обязательно. Проверка условия 4 в общем случае связана с предварительным определением местоположения последней контактной точки  $p$  в соответствии с показанными на рис. 8 тремя разграничительными случаями. Если при проверке какое-либо условие окажется неудовлетворительным, следует, в зависимости от конкретной задачи, изменить  $x_1$ ,  $x_{t1}$ ,  $x_2$  или  $x_{t2}$ . В отдельных случаях может оказаться необходимым изменить и другие величины. После таких изменений все проверки повторяются.

## 7. Численный пример

В качестве численного примера для иллюстрирования возможностей обобщенной методики выбрана зубчатая передача с  $z_1 = 4$  и  $z_2 = 7$ , которая, согласно известным методикам [15] и [16], является неосуществимой при  $\beta = 0$  вследствие недопустимо малого коэффициента перекрытия ( $\varepsilon_{\alpha} < 1$ ). Численные значения входных параметров, необходимых для геометрического расчета, приведены в табл. 1. Из них видно, что передача является косозубой с несимметричными профилями ( $\alpha \neq \alpha^{\wedge}$ ), зубчатые колеса имеют радиальные и тангенциаль-



ные смещения ( $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0, x_{t1} \neq 0, x_{t2} \neq 0$ ), а ОИК имеет разные значения величин  $g_i$  и  $c_i$  ( $g_1^* \neq g_2^* \neq g_1^{\wedge*} \neq g_2^{\wedge*} \neq c_1^* \neq c_2^*$ ). Сначала задача геометрического синтеза решается по формулам табл. 2 при заданных  $x_1, x_2, x_{t1}$  и  $x_{t2}$ , в результате чего найдено межосевое расстояние  $a_w$ . Для этой цели предварительно определены углы зацепления  $\alpha_w$  и  $\alpha_w^{\wedge}$  с помощью приведенной в табл. 2 системы уравнений и специально разработанной программы [5]. Потом по формулам табл. 3 и 4 определяются остальные геометрические размеры зубчатых колес и параметры зубчатой передачи. Численные значения определяемых величин записаны в последней колонке таблиц. Расчет углов  $\theta$  и  $\theta^{\wedge}$ , определяющих заострения вершин зубьев, осуществляется путём решения второй системы трансцендентных уравнений. В результате сделанных расчетов и проверок ограничительных условий устанавливается работоспособность спроектированной передачи. Полученные результаты использованы при построении на рис. 5 в масштабе станочного зацепления двух колес и картины реального зацепления колеса. Коэффициент торцового перекрытия этой передачи (с малыми числами зубьев) в активном направлении вращения получается  $\varepsilon_\alpha = 1,039$ .

## 8. Заключение

Приведенные формулы геометрического расчета цилиндрических эвольвентных передач внешнего зацепления относятся к самому общему случаю, когда зацепление косозубое, двусторонне (радиально и тангенциально) смещенное, с несимметричными профилями, с двумя неодинаковыми радиальными зазорами, с разными по величине переходными участками, с подрезанными и неподрезанными профилями. Эту методику можно пользоваться при каждой частной разновидности эвольвентного зацепления, без необходимости привлечения новых расчетных формул. В практическом смысле обобщенная методика обеспечивает возможность создания одного общего программного продукта для компьютерного проектирования всех видов эвольвентных передач внешнего зацепления.

## **ЛЕКЦИЯ 6**

### **ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ И ИНТЕРАКТИВНОГО БЛОКИРУЮЩЕГО КОНТУРА ПРИ ВЫБОРЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ (КОРРИГИРОВАНИИ) ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ВНЕШНЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ**

**По материалам статьи** Голованёв В.А. Применение оптимизационных методов и интерактивного блокирующего контура при выборе коэффициентов смещения (корригировании) цилиндрических эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления / САПР и графика. – Ноябрь 2014 – С. 2-6

Требования к повышенной прочности, долговечности, износостойкости и плавности работы зубчатых передач были, есть и будут приоритетными при проектировании зубчатых передач. Широкие возможности для удовлетворения этих требований предоставляет так называемое корригирование эвольвентных зубчатых колес. Сущность корригирования сводится к использованию различных участков одной и той же эвольвенты. Корригирование производится путем изменения положения (смещения) инструмента относительно заготовки в станочном зацеплении. Именно корригирование позволяет без материальных затрат с помощью стандартного инструмента изменять форму и размеры зубьев, варьировать качественные показатели и нагрузочную способность передачи, вписывать передачу в требуемое межосевое расстояние, а также проектировать работоспособные передачи, функционирование которых при нулевых смещениях просто невозможно (например, с пятью-шестью зубьями на малой шестерне).

Показателями, отражающими корригирование зубчатой пары, являются коэффициенты смещения исходного контура —  $x_1$  и  $x_2$ .

Наглядным способом отображения зависимости геометрических параметров и качественных показателей передачи от коэффициентов смещения являются кривые, построенные для каждого сочетания чисел зубьев передачи  $z_1$  и  $z_2$  в плоской системе координат  $x_1$  и  $x_2$ . Эта система координат была предложена М.Б. Громаном [1], а в дальнейшем получила развитие в работах В.А. Гавриленко [13] и коллектива, возглавляемого И.А. Болотовским. Именно В.А. Гавриленко предложил термин «блокирующий контур зубчатой передачи».

Суть блокирующего контура (БК) — рис. 1 [2] состоит в том, чтобы на плоскости координат  $x_1$ ,  $x_2$  в виде набора линий показать основные ограничения, в пределах которых будет обеспечена кинематически правильная работа зубчатой передачи.

Таковыми ограничениями (изолиниями) являются:

- предельно допустимое минимальное значение коэффициента торцового перекрытия  $\varepsilon\alpha = 1$  (при  $\varepsilon\alpha < 1$  будет нарушена непрерывность зацепления зубьев в передаче);
- интерференция в рабочем зацеплении;
- границы допустимого подрезания;
- предельно допустимое минимальное значение нормальной толщины зуба на поверхности вершин зубьев  $s_{na} = 0$ ;
- срезание зуба зубчатого колеса зуборезным долбяком при обработке колеса инструментом.



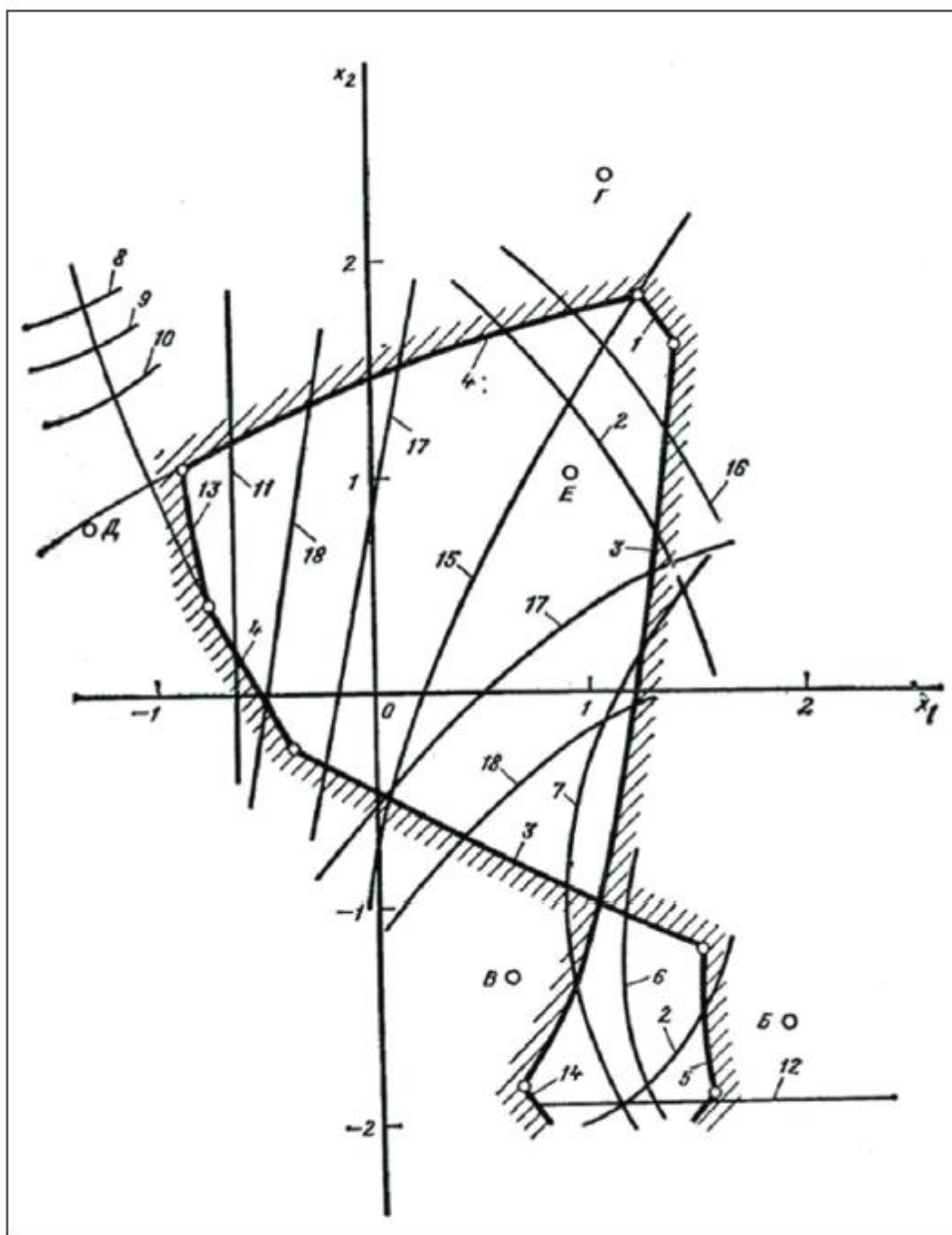


Рисунок 1 – Блокирующий контур передачи внешнего зацепления, составленный из колес, нарезанных реечным инструментом

Внутри блокирующего контура могут быть проведены линии условных границ, за которые переходить не рекомендуется:  $\varepsilon\alpha = 1,2$ ,  $sna = 0,4mn$ , линии  $x1 = xmin1$  и  $x2 = xmin2$ , ограничивающие начало подрезания, а также линия  $x1 + x2 = 0$  (при расчете передачи по коэффициентам смещения) или линия  $x1 + x2 = x\Sigma$  (при расчете передачи с фиксированным межосевым расстоянием).

Кроме того, представляет интерес линия выравнивания удельных скольжений (ЛВУС) в нижних точках активных профилей зубьев  $\theta p1 = \theta p2$ . По сути, эта линия является

критерием износостойкости передачи. Выделение этой линии на БК было сделано И.А. Болотовским [3] на основании работ Я.И. Дикера [4].

Многие ученые задавались вопросом о принципах рационального выбора коэффициентов смещения. Не вызывают сомнений выводы И.А. Болотовского [3] о том, что параметры рациональной коррекции зависят от условий работы и вида наиболее вероятного разрушения зубьев, от материалов, из которых изготовлены колеса, и их термообработки, от способа изготовления зубчатых колес, от класса точности передачи и т.д.

Более подробная информация об использовании блокирующих контуров при проектировании эвольвентных цилиндрических передач дана автором в совместной статье с профессором Д.Т. Бабичевым [13].

Методы оптимизации, интерактивный блокирующий контур и расчет передачи

Создание альбомов блокирующих контуров зубчатых передач коллективом под руководством И.А. Болотовского [8, 9, 10] обеспечило конструкторов и расчетчиков мощным инструментом по подбору коэффициентов смещения, однако не решило задачу оптимального выбора параметров корригирования. Подбор коэффициентов требовал от конструктора определенных профессиональных навыков и неоднократного выполнения трудоемких расчетов передачи.

С появлением ПЭВМ задача построения интерактивного блокирующего контура уже решалась [11], однако основной целью построения было использование при интерактивном проектировании многократно строящихся БК, на которых в процессе проектирования изменялись границы полей допустимых значений и перемещались линии качественных показателей.

В настоящее время задачей оптимального выбора коэффициентов смещения зубчатой передачи должна заниматься компьютерная программа, использующая для поиска решений методы оптимизации. В данном случае проектируемая зубчатая передача представляется в виде математической модели с заданной совокупностью критериев и системой геометрических ограничений по параметрам зацепления. А интерактивный БК должен служить удобным средством визуализации системы ограничений и линий качественных показателей зацепления.

Что же представляет собой математическая модель зубчатой передачи? По сути, это геометрический расчет, выполняемый по ГОСТ 16532-70 [6], и расчет на прочность, выполняемый по ГОСТ 21354-87 [7], с целевой функцией, выстраиваемой по одному или по совокупности критериев.

Для построения линий БК, помимо математической модели зубчатой передачи, необходимы методы поиска линий экстремумов для тех или иных показателей (геометрических и прочностных) в двумерном поле значений коэффициентов смещения.

Эти аспекты были использованы при разработке подсистемы расчета и выбора коэффициентов смещения для модуля расчетов цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления (рис. 2 и 3), входящего в комплекс программ КОМПАС-GEARS, который, в свою очередь, является частью разработанного автором статьи приложения

«Валы и механические передачи 3D» для системы трехмерного моделирования КОМПАС-3D российской компании АСКОН.

Геометрический расчёт			
Страница 1		Страница 2	Предмет расчёта
Наименование и обозначение параметра		Ведущее колесо	Ведомое колесо
1. Число зубьев	$z_1, z_2$	20	40
2. Модуль, мм	$m_n$	2	
3. Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	$\beta$	0° 0' 0"	
4. Направление линии зуба ведущего колеса	—	прямое	
5. Угол профиля зуба исходного контура	$\alpha$	20° 0' 0"	
6. Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	$h_a^*$	1	
7. Коэффициент радиального зазора исходного контура	$c^*$	0.25	
8. Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	$\rho_f^*$	0.38	
9. Ширина зубчатого венца, мм	$b_1, b_2$	34	34
10. Коэффициент смещения исходного контура	$x_{1,2}$	0	0
11. Диаметр измерительного ролика, мм	$D_1, D_2$	3.464	3.464
12. Инструмент для обработки	—	рейка	рейка
13. Параметры инструмента	—		

Рисунок 2 – Диалоговое окно «Геометрический расчет»

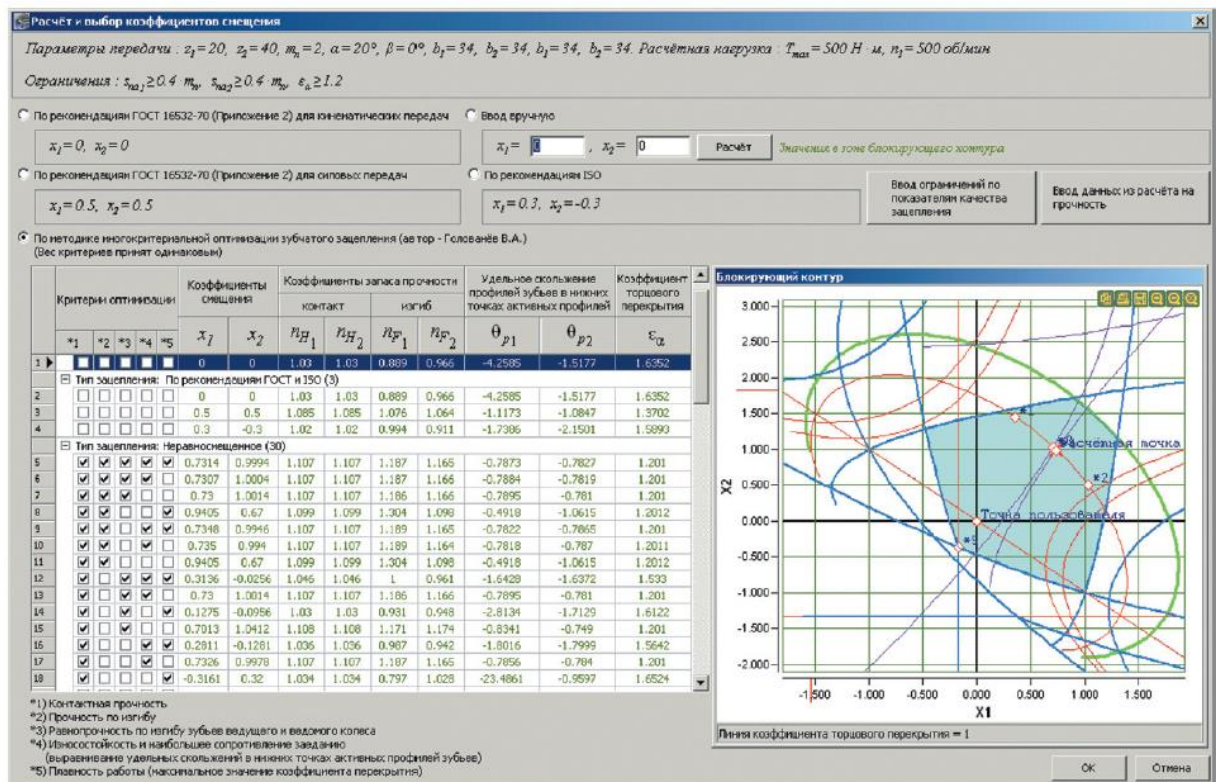


Рисунок 3 – Диалоговое окно «Расчет и выбор коэффициентов смещения»

В качестве метода оптимизации для решения поставленной задачи была выбрана программная реализация метода SUMT Фиакко и Маккормика [5].

После визуализации основного диалогового окна подсистемы (рис. 3) автоматически строится ИБК. Далее пользователь может вручную выбрать точку с коэффициентами смещения  $x_1$  и  $x_2$  непосредственно на поле или запустить оптимизационный расчет для нахождения коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$ .

В результате выполнения оптимизационного расчета будут найдены решения, отражающие все возможные сочетания пяти критериев:

- контактной прочности (запас прочности по контактным напряжениям);
- прочности по изгибу (запас прочности по изгибным напряжениям);
- равнопрочности по изгибу зубьев ведомого и ведущего колеса;
- износостойкости и наибольшего сопротивления заеданию;
- плавности работы передачи.

Новые линии в блокирующем контуре зубчатой передачи

После выполнения расчета в ИБК дополнительно строятся:

- линия равнопрочности по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса (ЛРПИ);

- линия минимальных контактных напряжений (ЛМКН) (линия значений  $x_2$ , при которых при заданном  $x_1$  значение контактных напряжений будет минимально).

Эти линии строятся с учетом:

- реально заданной нагрузки из расчета на прочность при максимальной нагрузке (ГОСТ 21354-87 [7]);
- механических свойств материалов ведущего и ведомого колеса;
- схемы работы передачи.

Для удобства восприятия линия выравнивания удельных скольжений, линия равнопрочности по изгибу и линия минимальных контактных напряжений выделены в отдельную цветовую группу, которую назовем Группой линий механических показателей зацепления.

При этом установлено следующее:

- линия равнопрочности по изгибу (ЛРПИ) проходит, как правило, рядом с линией выравнивания удельных скольжений;
- линия минимальных контактных напряжений (ЛМКН) пересекает линию равнопрочности по изгибу и линию выравнивания удельных скольжений (ЛВУС). При этом чаще всего для прямозубых передач ЛМКН расположена выше зоны блокирующего контура, а для косозубых передач ЛМКН проходит через зону блокирующего контура (рис. 4).



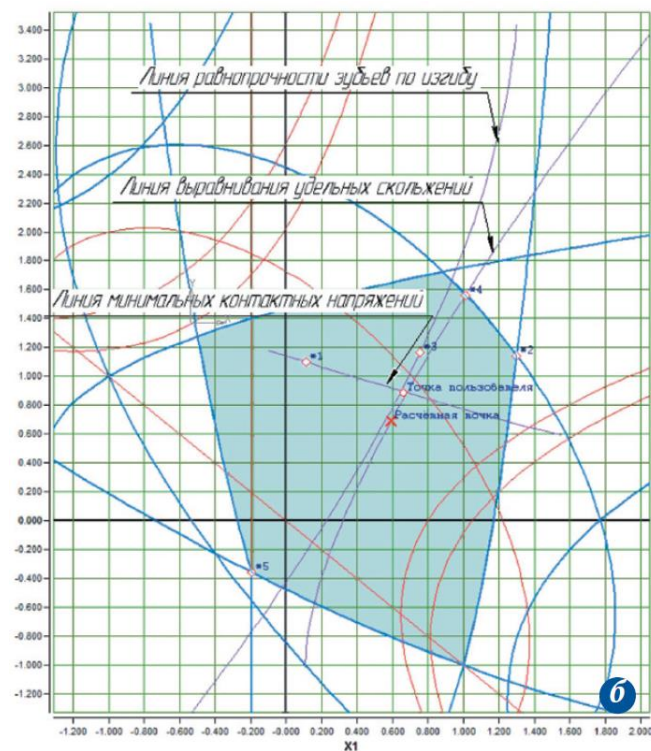
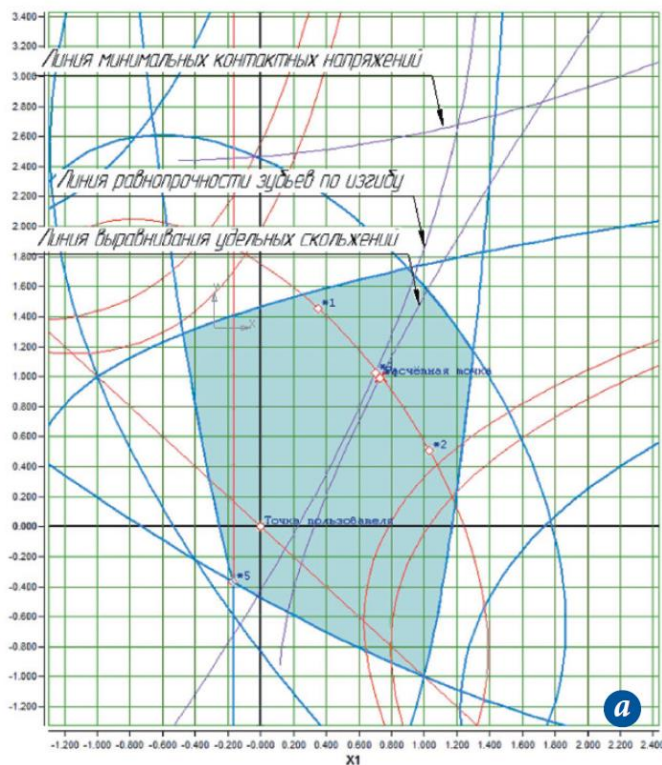


Рисунок 4 – Линии механических показателей зацепления: а — для прямозубой передачи, б — для косозубой передачи (точка \*1 — оптимальная точка по критерию контактной прочности, \*2 — по изгибной прочности, \*3 — по равнопрочности на изгиб, \*4 — по износостойкости и заеданию, \*5 — по плавности работы)

Можно было бы предположить, что для косозубых передач вопрос визуальной локализации передач с оптимальными характеристиками прочности и износостойкости следует считать решенным — оптимальной считалась бы точка, находящаяся на ЛМКН между точкой ее пересечения с ЛВУС и точкой пересечения с ЛРПИ. Эта точка (точка пользователя на рис. 4б), безусловно, будет очень близка к оптимальности, но положение реальной точки экстремума, определенного по совокупности трех критериев, соответствующих этим линиям, может быть несколько иным.

Изополя коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре

Продолжением работ по построению линии минимальных контактных напряжений стали работы по построению совокупности изолиний (изополей) коэффициентов запаса прочности. Так, для прямозубой передачи форма изополей будет такой, как показано на рис. 5 и 6.

При этом «прямоугольная» форма изополей коэффициентов запаса изгибных напряжений передач с малыми углами наклона  $\beta$  (до  $10^\circ$ ). Для косозубой передачи с углом наклона  $\beta = 15^\circ$  форма изополей коэффициентов запаса изгибных напряжений существенно меняется.

Линии изополей коэффициентов запаса контактных напряжений четко группируются вокруг рассмотренной выше линии минимальных контактных напряжений (рис. 7 и 8).

Дальнейшее использование изополей просто и понятно. Передача с искомыми значениями коэффициентов запаса будет находиться в зонах, расположенных между линиями изополей.

#### Работа с интерактивным блокирующим контуром

Интерактивный блокирующий контур представлен в отдельном окне.

После выполнения оптимизационного расчета в поле ИБК будут поставлены пять точек, соответствующих выполненным расчетам индивидуально по каждому из критериев, а также шестая точка, являющаяся результирующей по совокупности всех пяти критериев (рис. 9).

В дальнейшем пользователь сможет отобразить в поле ИБК расчетную точку, найденную по любому из вариантов расчета, либо выбрать в поле ИБК любую точку (в том числе и находящуюся за пределами ограничительных линий) для выполнения ручного расчета.

По любому из вариантов расчета могут быть просмотрены результаты геометрического расчета и расчета на прочность (рис. 10 и 11).

Выполнена визуализация зацепления (рис. 12).

#### Дополнения

1. Помимо режима работы основного диалогового окна «Расчет и выбор коэффициентов смещения» со встроенным окном ИБК возможен режим работы, когда окно ИБК вынесено за пределы основного окна. В этом случае в таблице результатов отображаются дополнительные колонки с параметрами (рис. 13).

2. Форма отображаемого ИБК меняется в случае использования в качестве зуборезного инструмента долбяка. При этом учитывается степень его износа. Соответственно будут меняться и результаты многокритериального оптимизационного расчета (рис. 14а,б).

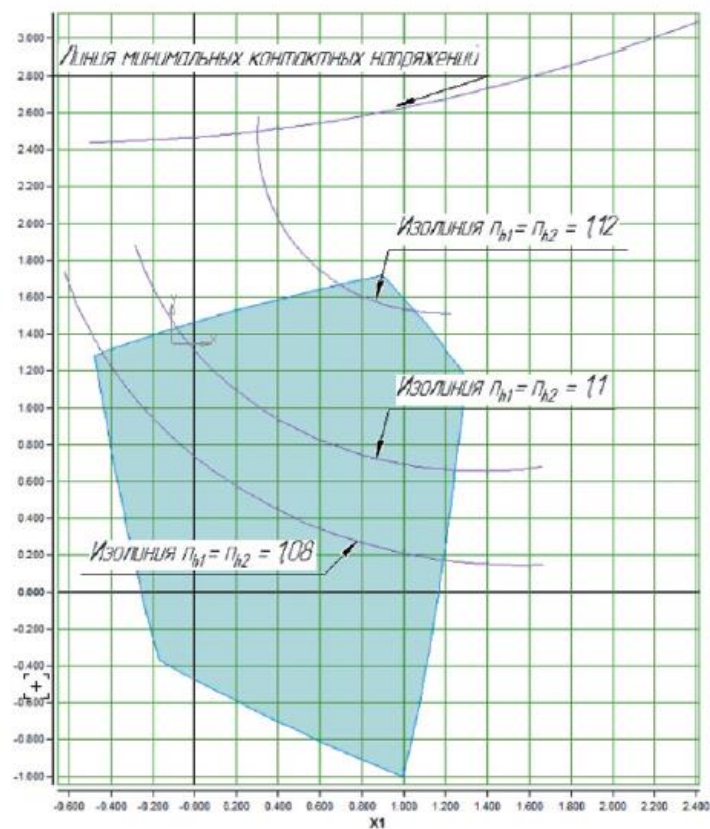


Рисунок 5 – Изополя коэффициентов запаса контактных напряжений для прямозубых передач

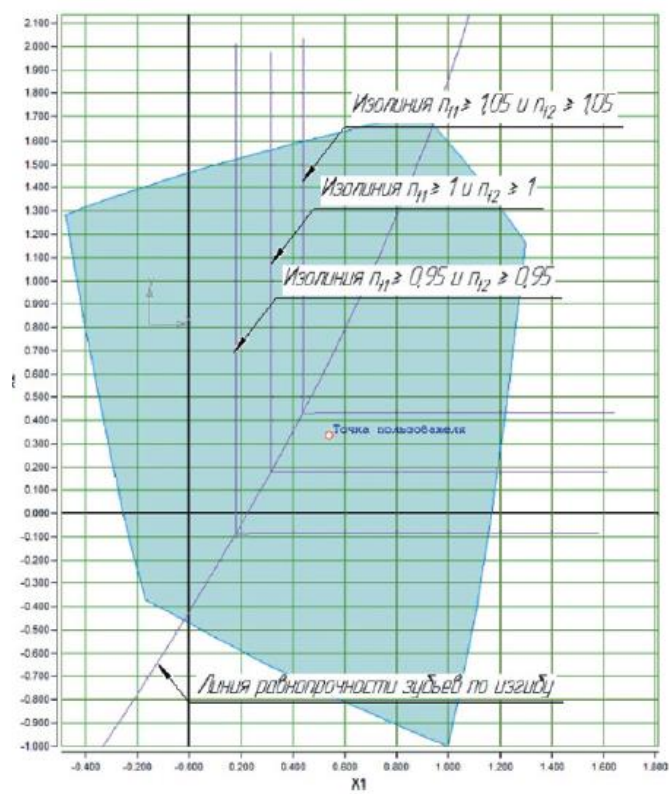




Рисунок 6 – Изополя коэффициентов запаса изгибных напряжений для прямоугольных и косозубых ( $\beta < 10^\circ$ ) передач

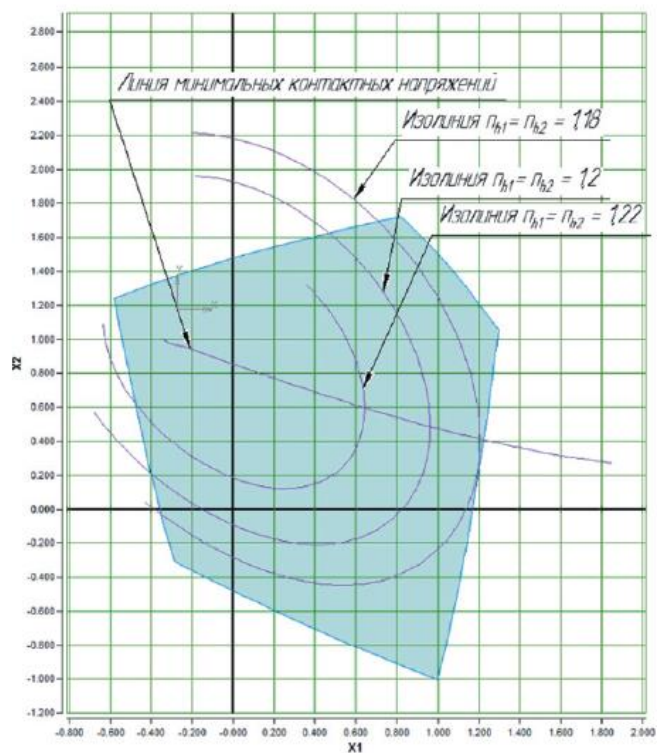


Рисунок 7 – Изополя коэффициентов запаса контактных напряжений для косозубых передач ( $\beta > 0^\circ$ )

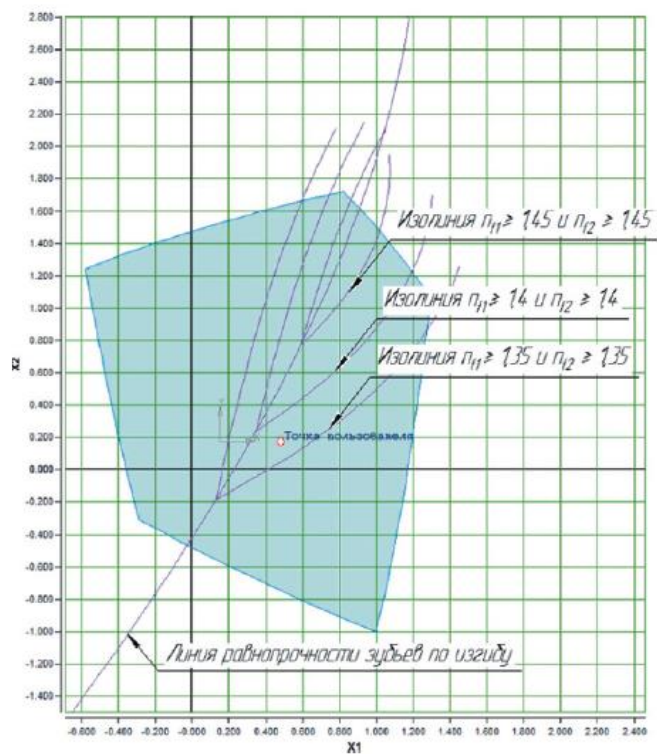


Рисунок 8 – Изополя коэффициентов запаса изгибных напряжений для косозубых передач ( $\beta > 10^\circ$ )

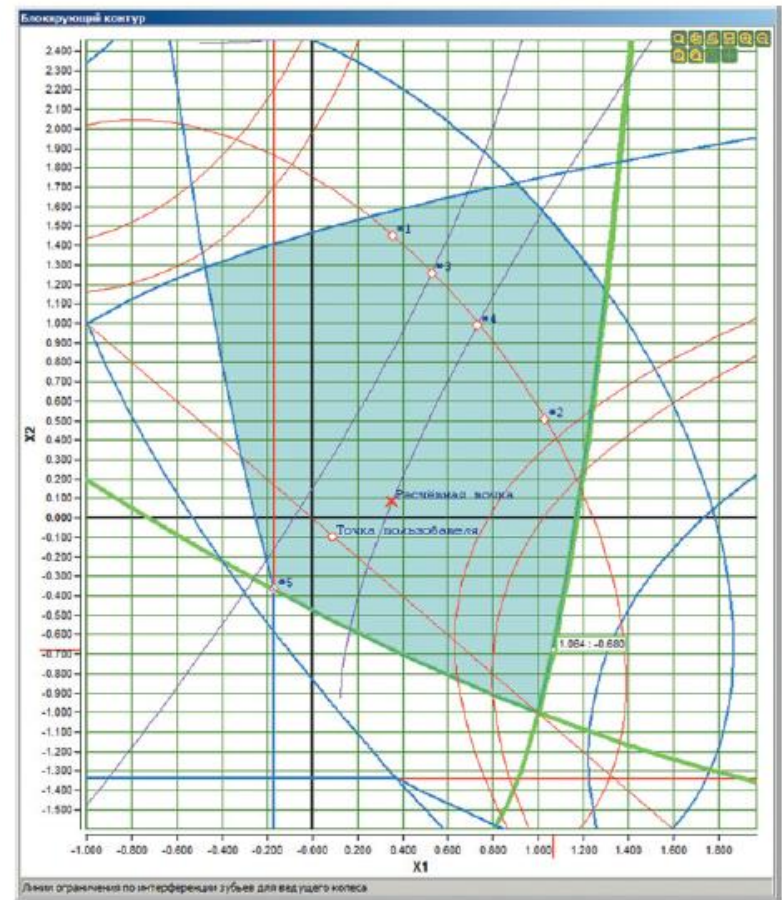


Рисунок 9 – Увеличенное окно с интерактивным блокирующим контуром

Таблица 1. Геометрический расчёт цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления

Наименование и обозначение параметра	Ведущее <sup>-1</sup> колесо	Ведомое <sup>-2</sup> колесо
<b>Исходные данные</b>		
Число зубьев	$z_1, z_2$	20      40
Модуль, мм	$m_n$	2
Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	$\beta$	$0^\circ 00' 00''$
Исходный контур	—	ГОСТ 13755-81
Угол профиля исходного контура	$\alpha$	$20^\circ 00' 00''$
Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	$h_a^*$	1
Коэффициент радиального зазора исходного контура	$c^*$	0,25
Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	$\rho_f^*$	0,38
Ширина зубчатого венца, мм	$b$	34      34
Коэффициент смещения исходного контура	$x$	0      0
Степень точности	—	7-C      7-C
<b>Определяемые параметры</b>		
Передаточное число	$u$	2
Межосевое расстояние, мм	$a_w$	$60,8^{+0,1}_{-0,1}$
Делительный диаметр, мм	$d$	40      80
Диаметр вершин зубьев, мм	$d_a$	44      84
Диаметр впадин зубьев, мм	$d_f$	35      75
Начальный диаметр, мм	$d_p$	40      80
Основной диаметр, мм	$d_b$	37,588      75,175
Угол зацепления	$\alpha_w$	$20^\circ 00' 00''$
<b>Контролируемые и измерительные параметры</b>		
Постоянная хорда, мм	$\bar{s}_c$	2,774      2,774
Высота до постоянной хорды, мм	$\bar{h}_c$	1,495      1,495
Радиус кривизны разноимённых профилей зуба в точках, определяющих постоянную хорду, мм	$\rho_s$	8,316      15,157
Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке, мм	$\rho_p$	1,782      9,085
Условие $\rho_s > \rho_p$ (возможность измерения постоянной хорды)	—	выполнено      выполнено
Число зубьев в длине общей нормали	$z_m$	3      5
Длина общей нормали, мм	$W$	$15,321^{+0,065}_{-0,125}$ $27,89^{+0,065}_{-0,125}$

Продолжение табл. 1.

Наименование и обозначение параметра	Ведущее <sup>-1</sup> колесо	Ведомое <sup>-2</sup> колесо
Радиус кривизны разноимённых профилей зубьев в точках, определяющих длину общей нормали, мм	$\rho_w$	7,66      13,845
Радиус кривизны профиля в точке на окружности вершин, мм	$\rho_a$	11,436      18,739
Условие $\rho_p < \rho_w < \rho_a$ (возможность измерения длины общей нормали)	—	выполнено      выполнено
Диаметр измерительного ролика, мм	$D$	3,464      3,464
Угол профиля на окружности, проходящей через центр ролика	$\alpha_D$	$24^\circ 36' 37''$ $22^\circ 33' 58''$
Диаметр окружности, проходящей через центр ролика, мм	$d_D$	41,343      81,408
Радиус кривизны разноимённых профилей зубьев в точках контакта поверхности ролика с главными поверхностями зубьев, мм	$\rho_m$	6,877      13,888
Условие $\rho_p < \rho_m < \rho_a$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено      выполнено
Размер по роликам, мм	$M$	$44,807^{+0,132}_{-0,3}$ $84,872^{+0,143}_{-0,328}$
Условие $d_D + D > d_a$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено      выполнено
Условие $d_D - D > d_f$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено      выполнено
Нормальная толщина зуба по делительной окружности, мм	$s_n$	3,142      3,142
<b>Проверка качества зацепления по геометрическим показателям</b>		
Коэффициент наименьшего смещения	$x_{min}$	-0,17      -1,34
Условие отсутствия подрезания зуба исходной производящей рейкой	$x \geq x_{min}$	—      выполнено      выполнено
Радиус кривизны в граничной точке профиля зуба, мм	$\rho_l$	0,993      7,833
Условие отсутствия подрезания	$\rho_l \geq 0$	—      выполнено      выполнено
Условие отсутствия интерференции	$\rho_l \leq \rho_p$	—      выполнено      выполнено
Нормальная толщина зуба на поверхности вершин, мм	$s_m$	1,39      1,521
Минимально рекомендованное значение нормальной толщины зуба на поверхности вершин при поверхностном упрочнении зубьев, мм	$0,4 \cdot m_n$	0,8
Условие отсутствия заострения	$s_m \geq 0,4 \cdot m_n$	—      выполнено      выполнено
Удельное скольжение профилей зубьев в нижних точках активных профилей зубьев	$\theta_p$	-4,25848      -1,51769
Коэффициент торцового перекрытия	$\epsilon_\alpha$	1,635
Рекомендованное значение коэффициента торцового перекрытия	—	1,2
Коэффициент перекрытия	$\epsilon_\gamma$	1,635

Рисунок 10 – Результаты геометрического расчета

Таблица 1. Расчёт на прочность при действии максимальной нагрузки цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления (по ГОСТ 21354-87)

Наименование и обозначение параметра		Ведущее *1 колесо	Ведомое *2 колесо
Исходные данные			
Число зубьев	$z_1, z_2$	20	40
Модуль, мм	$m_n$	2	
Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	$\beta$	0°00'00"	
Угол профиля исходного контура	$\alpha$	20°00'00"	
Ширина зубчатого венца, мм	$b$	34	34
Коэффициент смещения исходного контура	$x$	0	0
Степень точности	—	7-С	7-С
Вариант схемы расположения передачи	—	5	
Марка материала	*1	Сталь 12ХН3А ГОСТ 4543-71	
	*2	Сталь 12ХН3А ГОСТ 4543-71	
Твердость активных поверхностей зубьев, HRC	—	56	56
Расчётная нагрузка (крутящий момент на ведущем колесе), Н*м	$T_{max}$	500	
Частота вращения ведущего колеса, об/мин	$n_1$	500	
Определяемые параметры			
Окружная скорость в зацеплении, м/с	$v$	1,047	
Расчёт на контактную прочность			
Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий	$K_{H\beta}$	1,166	
Удельная окружная динамическая сила, Н/мм	$w_{Hv}$	3,774	
Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса	$K_{Hv}$	1,005	
Окружная сила на делительном цилиндре, Н	$F_{tH}$	25000	
Удельная расчетная окружная сила, Н/мм	$w_{Ht}$	861,851	
Расчётное контактное напряжение, МПа	$\sigma_{Hmax}$	2392,322	
Допускаемое контактное напряжение, МПа	$\sigma_{HPmax}$	2464	2464
Коэффициент запаса по контактным напряжениям	$n_H$	1,03	1,03
Расчёт на прочность при изгибе			
Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий	$K_{F\beta}$	1,216	
Удельная окружная динамическая сила, Н/мм	$w_{Fv}$	4,313	
Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса	$K_{Fv}$	1,006	
Окружная сила на делительном цилиндре, Н	$F_{tF}$	25000	
Удельная расчетная окружная сила, Н/мм	$w_{Ft}$	899,289	
Расчётное напряжение изгиба, МПа	$\sigma_{Fmax}$	1857,031	1708,648
Допускаемое напряжение изгиба, МПа	$\sigma_{FFmax}$	1600	1600
Коэффициент запаса по напряжениям изгиба	$n_F$	0,889	0,966

Рисунок 11 – Результаты расчета на прочность при действии максимальной нагрузки



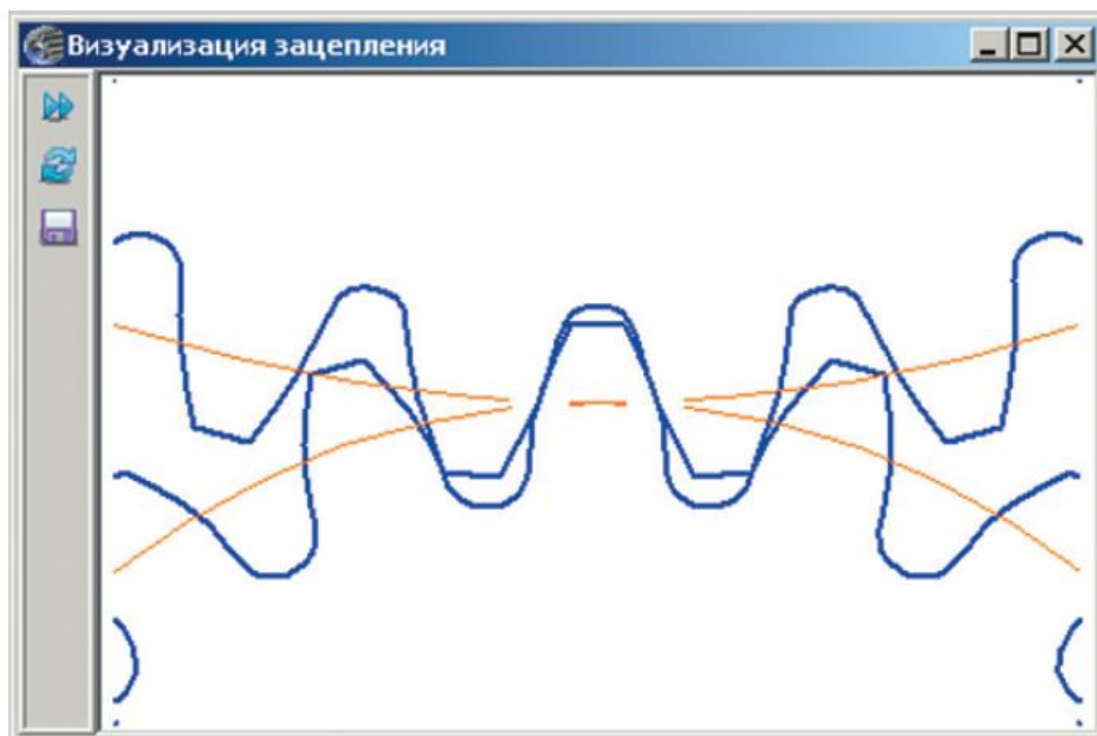


Рис. 12. Визуализация зацепления

**Расчет и выбор коэффициентов смещения**

Параметры передачи :  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 40$ ,  $m_n = 2$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $b_1 = 34$ ,  $b_2 = 34$ . Расчетная нагрузка :  $T_{max} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $n_1 = 500 \text{ об/мин}$

Ограничения :  $s_{H1} \geq 0.4 \cdot m_n$ ,  $s_{H2} \geq 0.4 \cdot m_n$ ,  $\epsilon_a \geq 1.2$

☐ По рекомендации ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для кинематических передач ☐ Ввод вручную

$x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$   $x_1 = 0.7314$ ,  $x_2 = 0.9994$  **Расчёт** *Значения в поле блокирующего контура*

☐ По рекомендации ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для силовых передач ☐ По рекомендации ISO

$x_1 = 0.5$ ,  $x_2 = 0.5$   $x_1 = 0.3$ ,  $x_2 = -0.3$  **Ввод ограничений по показателям качества зацепления** **Ввод данных из расчёта на прочность**

☒ По методике неокритериальной оптимизации зубчатого зацепления (автор - Голованов В.А.)  
(Все критерии приняты однократными)

Критерии оптимизации	Коэффициенты смещения					Коэффициенты запаса прочности				Удельное скольжение профилей зубьев в нижних точках активных профилей		Коэффициент торцового перекрытия	Нормальная толщина зуба на поверхности вершин	Угол зацепления	Межосевое расстояние	Диаметр вершин				
	*1	*2	*3	*4	*5	$x_1$	$x_2$	$n_{H1}$	$n_{H2}$	$n_{F1}$	$n_{F2}$					$\theta_{p1}$	$\theta_{p2}$	$\epsilon_a$	$s_{H1}$	$s_{H2}$
<b>Тип зацепления: Неравноосмещенное (30)</b>																				
5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7314	0.9994	1.107	1.107	1.187	1.165	-0.7873	-0.7827	1.201	1.359	1.487	26°27'42"	62.98	45.962	87.034
6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7307	1.0004	1.107	1.107	1.187	1.166	-0.7884	-0.7819	1.201	1.36	1.486	26°27'45"	62.98	45.959	87.037
7	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.73	1.0014	1.107	1.107	1.186	1.166	-0.7895	-0.781	1.201	1.361	1.486	26°27'48"	62.981	45.956	87.041
8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.9405	0.67	1.099	1.099	1.304	1.098	-0.4918	-1.0615	1.2012	1.051	1.632	26°07'08"	62.794	46.908	85.826
9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7348	0.9946	1.107	1.107	1.189	1.165	-0.7822	-0.7865	1.201	1.355	1.489	26°27'28"	62.978	45.977	87.016
10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.735	0.994	1.107	1.107	1.189	1.164	-0.7818	-0.787	1.2011	1.354	1.489	26°27'24"	62.977	45.978	87.014
11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.9405	0.67	1.099	1.099	1.304	1.098	-0.4918	-1.0615	1.2012	1.051	1.632	26°07'08"	62.794	46.908	85.826
12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.3136	-0.0256	1.046	1.046	1	0.961	-1.6428	-1.6372	1.533	1.156	1.549	21°24'06"	60.557	45.217	83.86
13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.73	1.0014	1.107	1.107	1.186	1.166	-0.7895	-0.781	1.201	1.361	1.486	26°27'48"	62.981	45.956	87.041
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.1275	-0.0956	1.03	1.03	0.931	0.948	-2.8134	-1.7129	1.6122	1.294	1.557	20°09'57"	60.064	44.51	83.617
15	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7013	1.0412	1.108	1.108	1.171	1.174	-0.8341	-0.749	1.201	1.397	1.464	26°29'40"	62.998	45.831	87.19
16	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.2811	-0.1281	1.036	1.036	0.987	0.942	-1.8016	-1.7999	1.5642	1.169	1.573	20°46'12"	60.3	45.113	83.476
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7326	0.9978	1.107	1.107	1.187	1.165	-0.7856	-0.784	1.201	1.357	1.488	26°27'37"	62.979	45.967	87.028

\*1) Контактная прочность  
\*2) Прочность по изгибу  
\*3) Равнопрочность по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса  
\*4) Износостойкость и наибольшее сопротивление заданию (выравнивание удельных скольжений в нижних точках активных профилей зубьев)  
\*5) Плавность работы (максимальное значение коэффициента перекрытия)

**OK** **Отмена**

Рис. 13. Расширенный режим работы основного диалогового окна «Расчет и выбор коэффициентов смещения»

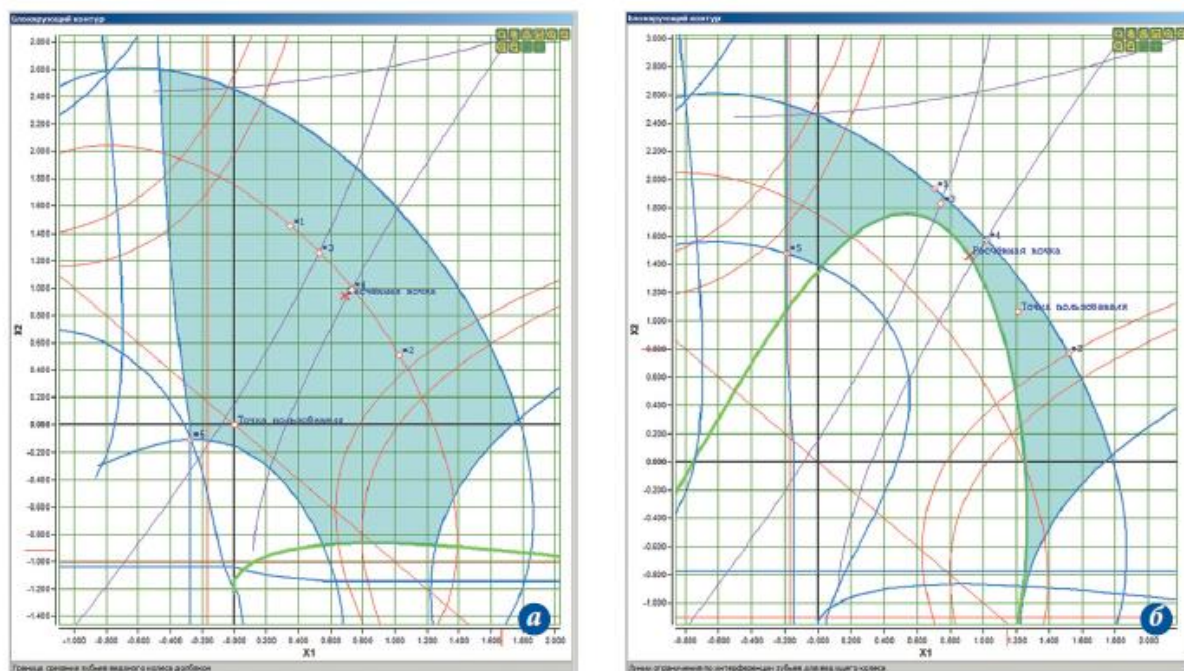


Рис. 14. Форма ИБК при обработке зуборезным долбяком (новый (а) и изношенный (б) долбяк)

Ввод ограничений по показателям качества зацепления				
✓	Наименование и обозначение параметра	Ведущее колесо	Ведомое колесо	
✗	1. Коэффициент минимально допустимого значения нормальной толщины зуба на поверхности вершин	$\frac{s_{nmin}}{m_n}$	0.4	0.4
	2. Минимально допустимое значение коэффициента торцового перекрытия	$\epsilon_\alpha$	1.2	
* Ввод значений ограничений позволяет - при их уменьшении расширить, а при увеличении - сузить область поиска решений.				

Рис. 15. Ввод ограничений по показателям качества зацепления

3. При необходимости принятые ограничения по показателям качества зацепления могут быть изменены (рис. 15). Например, установлен нижний предел коэффициента минимально допустимого значения нормальной толщины зуба, равный «0.25» или другому значению не меньше «0»; установлено минимально допустимое значение коэффициента торцового перекрытия, равное «1» или другому значению.

### Основные результаты работы

1. Построена математическая модель зубчатой передачи с системой ограничений, пригодная для использования в методах оптимизации.

2. Выполнена программная реализация построения интерактивного блокирующего контура.
3. Реализована методика многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления, позволяющая конструктору с любой квалификацией быстро решить задачу подбора оптимальных значений коэффициентов смещения, исходя из критериев функционирования проектируемой передачи, при этом одновременно решая задачи повышения прочности и долговечности зубчатых передач без изменения технологии производства.
4. Введены новые линии блокирующего контура — линия равнопрочности по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса и линия минимальных контактных напряжений.
5. Введено понятие изополей коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре, рассмотрена их форма для прямозубых и косозубых передач.
6. Принимая во внимание широкое распространение системы КОМПАС-3D, а также популярность модуля «Валы и механические передачи 3D», можно предположить, что предложенная методика расчета коэффициентов смещения зубчатых передач с использованием блокирующего контура будет востребована и специалистами предприятий, и преподавателям

## **ЛЕКЦИЯ 7**

### **РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПЕРЕДАЧ С НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ**

**По материалам статьи** Тимофеев Б.П., Д.А. Фролов. Расчет геометрических параметров цилиндрических эвольвентных передач с несимметричными зубьями// Теория механизмов и машин. №2(6), 2005. С. 15-21

#### **Введение**

Передачи, составленные из зубчатых колес с несимметричными зубьями, используются тогда, когда нагрузка на зуб при вращении в прямом и обратном направлении неодинакова, либо нагрузка одинакова, но используется для одного из профилей в течение существенно более длительного периода времени. Главная выгода применения передач, составленные из зубчатых колес с несимметричными зубьями, состоит в повышении контактной прочности по мере увеличения угла профиля.

Профили несимметричных зубьев зубчатого колеса очерчены по эвольвентам основных окружностей с разными диаметрами. Зубчатая пара, составленная из колес с несимметричными зубьями, работает в прямом и обратном направлении вращения при различных углах зацепления (рис. 1).

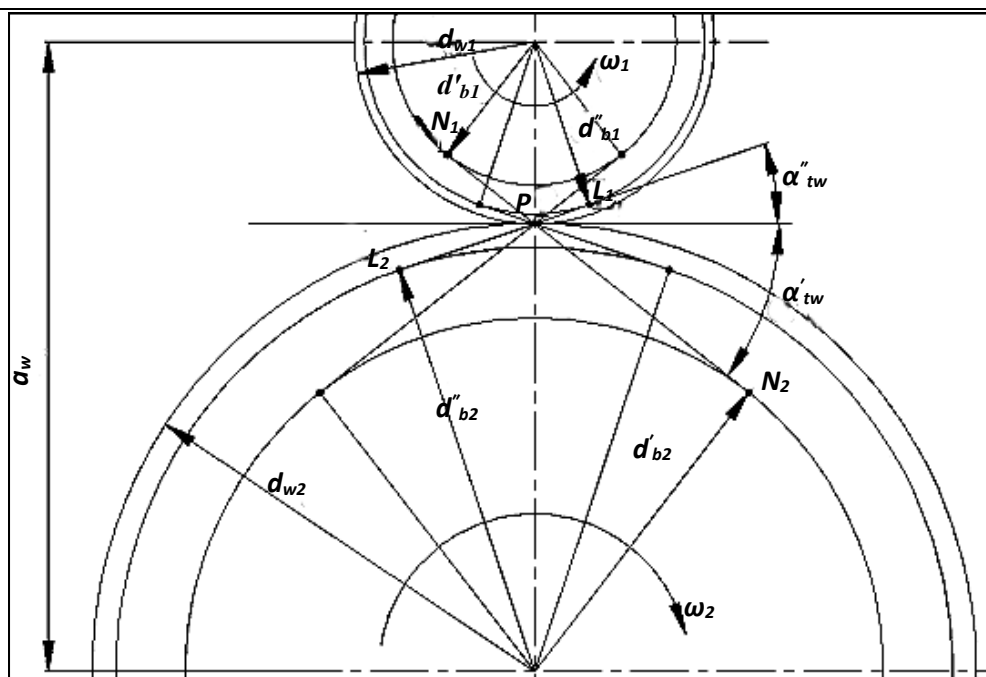


Рисунок 1 – Схема зацепления зубчатой передачи, составленной из колес с несимметричными профилями зубьев

$a_w$  – межосевое расстояние;  $\alpha_{tw}^k$  – углы зацепления в прямом и обратном направлениях вращения, где  $k$  – идентично «штрих» для прямого направления вращения, «два штриха» – для обратного;  $N_1N_2$  – линия зацепления в прямом направлении вращения;  $L_1L_2$  – линия зацепления в обратном направлении вращения; точка  $P$  – полюс зацепления;  $d_{wi}$  ( $i=1,2$ ) – диаметры начальных окружностей;  $d_{bi}^k$  – диаметры основных окружностей для разных углов профилей.

Во всех обозначениях здесь и далее, нижний индекс 1-относится к шестерне, 2 – к колесу. На рис. 1 показано направление движения в прямом направлении  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Геометрия эвольвентного зацепления с несимметричными профилями зубьев в обобщающих параметрах изложена в работе известного специалиста в области зубчатых передач Э.Б.Вулгакова[1].

В данной работе предложена методика расчета геометрии цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями основанная на положениях ГОСТ 16532-70[2]. Основы расчета прямозубых зубчатых колес с несимметричными зубьями были изложены в работе [3]; в этой работе для проектирования теоретического исходного контура инструмента использован контур по ГОСТ 13755-81[4], в котором переходные кривые являются дугами разных окружностей. В тех случаях, когда такой исходный контур не обеспечивает требуемого ГОСТ 21354-87 уровня допустимых напряжений и

ресурс, предлагается взять за основу для проектирования исходный контур по ГОСТ Р50531-93[5], в котором переходные кривые являются частью одной и той же окружности. Также, в отличие от работы [3], в данной работе параметры исходного контура:  $h_a^*$  и  $c^*$  по обеим сторонам зуба рейки приняты одинаковыми. Отсюда исходный контур будет выглядеть следующим образом (рис. 2).

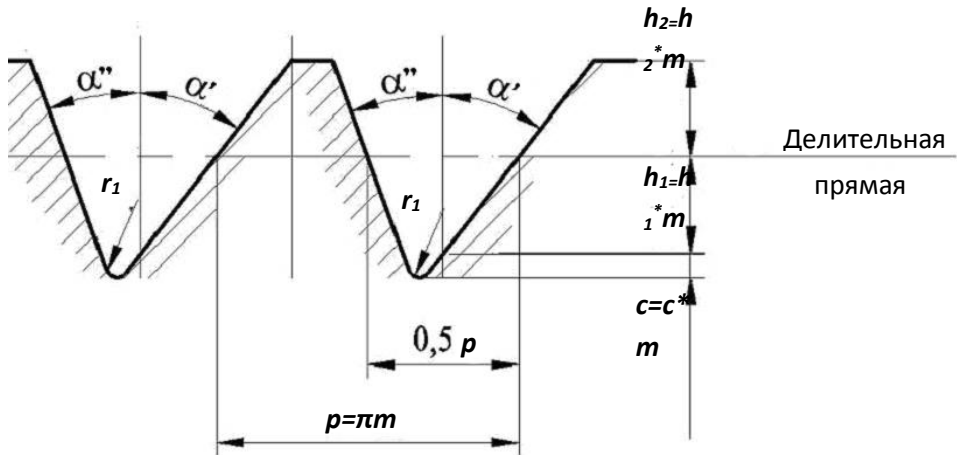


Рисунок 2 – Исходный контур для несимметричных зубьев

$\alpha^k$  - углы профилей на обеих сторонах зуба шестерни и колеса;  $p$  - шаг;  $r_i^*$  - коэффициент радиуса скругления зуба впадины исходного контура;  $h_a^*$  -коэффициент высоты головки;  $h_i^*$  - коэффициент граничной высоты,  $c^*$  -коэффициент радиального зазора.

### Расчет основных геометрических параметров при заданном межосевом расстоянии $a_w$

Для наглядности представления, по аналогии с ГОСТ 16532-70, данные для расчета и расчет основных геометрических параметров сведены в таблицы (см. табл.1, табл.2).

Таблица 1 – Исходные данные для расчета основных геометрических параметров при заданном межосевом расстоянии  $a_w$

Наименование параметра		Обозначение
Число зубьев	шестерни	$z_1$
	колеса	$z_2$



Модуль		$m$
Делительный угол наклона линии зуба		$\beta$
Специальный исходный контур	Углы профилей на менее и более нагруженных сторонах зуба	$\alpha', \alpha''$
	Коэффициент высоты головки	$h_a^*$
	Коэффициент граничной высоты	$h_l^*$
	Коэффициент радиального зазора	$c^*$
Межосевое расстояние		$a_w$

Рекомендации по выбору углов профилей см. в работах [6],[7] и далее в статье.

В Таблице 1: коэффициент высоты головки  $h_a^* = 1$ , коэффициент граничной высоты  $h_l^* = 2$ , коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,25$ .

Расчет основных геометрических параметров, где наиболее существенным является расчет суммарного коэффициента смещения  $x_\Sigma$  при заданном межосевом расстоянии  $a_w$ , представлен в табл. 2.

Таблица 2 – Расчет основных геометрических параметров

Наименование параметра	Обозначение	Расчетные формулы
1. Делительное межосевое расстояние	$a$	$a = \frac{(z_1 + z_2)m}{2 \cos \beta}$
2. Торцовые углы профилей исходного контура на более и менее нагруженных сторонах зуба	$\alpha_t'$ $\alpha_t''$	$tg \alpha_t' = \frac{tg \alpha'}{\cos \beta}$ $tg \alpha_t'' = \frac{tg \alpha''}{\cos \beta}$
3. Углы зацепления при вращении в прямом и обратном направлении	$\alpha_{tw}'$ $\alpha_{tw}''$	$\cos \alpha_{tw}' = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha_t'$ $\cos \alpha_{tw}'' = \frac{a}{a_w} \cdot \cos \alpha_t''$

4. Коэффициент суммы смещений		$x_{\Sigma}$	$x_{\Sigma} = \frac{((inv\alpha_{tw}' + inv\alpha_{tw}'') - (inv\alpha_t' + inv\alpha_t''))(z_1 + z_2)}{2(tg\alpha' + tg\alpha'')}$
5. Коэффициент смещения	у шестерни	$x_1$	Разбивку значения $x_{\Sigma}$ на составляющие $x_1$ и $x_2$ рекомендуется производить после проверки качества зацепления по геометрическим показателям.
	у колеса	$x_2$	

### Расчет межосевого расстояния $a_w$ при заданных коэффициентах смещения $x_1$ и $x_2$

Сложность расчета межосевого расстояния при заданных коэффициентах смещения состоит в том, что нельзя произвольно назначать эти коэффициенты без предварительного определения углов профиля и угла наклона зубьев. Здесь надо иметь в виду, что увеличение угла профиля зуба  $\alpha$  на стороне испытывающей большую нагрузку, как и увеличение угла наклона зуба  $\beta$ , ведет к уменьшению действующих контактных напряжений в зубчатых передачах. При этом для разных углов  $\beta$  минимальные контактные напряжения действуют при различных углах  $\alpha$ . Необходимо также учесть, что и допускаемые контактные напряжения для передач также меняются при изменении  $\alpha$  и  $\beta$ . Таким образом, нужно не только подобрать такие  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых действующие контактные напряжения будут минимальными, но и обязательно проверить, чтобы эти напряжения были меньше допускаемых. Для каждой зубчатой передачи эти  $\alpha$  и  $\beta$  разные. Оптимальное значение угла  $\alpha$  находится около  $40^\circ$  [6]. Здесь также нужно заметить, что увеличение коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  ведет к уменьшению контактных напряжений. При этом увеличение  $x_1$  и  $x_2$  эффективно только в диапазоне от 0 до  $0,2 \div 0,25$ . Эффективность дальнейшего роста  $x_i$  резко снижается. Кроме того, применение коэффициентов смещения в диапазоне от 0 до  $0,2 \div 0,25$  эффективно только при углах  $\alpha < 30^\circ$ . При подборе углов профиля необходимо произвести исследования на отсутствие подрезания и заострения зубьев, отсутствие интерференции, а также произвести проверку по коэффициенту перекрытия. При исследовании зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев коэффициент наименьшего смещения достаточно определить для стороны зуба с меньшим углом профиля [7].

В приведенных табл. 3, 4, 5 представлены значения наименьшего числа зубьев  $z_{min}$  зубчатого колеса с коэффициентом смещения  $x=0$  при станочном зацеплении с исходной производящей рейкой для значений углов профилей менее нагруженной стороны зуба  $\alpha''=15^\circ, 20^\circ$  и  $25^\circ$  из условия отсутствия подрезания.

Таблица 3.

$\alpha''=15^\circ$

Таблица 4.

$\alpha''=20^\circ$

Таблица 5.

$\alpha''=25^\circ$

$\beta, ^\circ$	$z$
До 8	30
Св. 8 до 12	29
Св.12 до 15	28
Св.15 до 17	27
Св.17 до 19	26
Св.19 до 22	25
Св.22 до 24	24
Св.24 до 26	23
Св.26 до 27	22
Св.27 до 29	21
Св.29 до 31	20
Св.31 до 33	19
Св.33 до 34	18
Св.34 до 36	17
Св.36 до 38	16
Св.38 до 40	15
Св.40 до 41	14
Св.41 до 43	13
Св.43 до 45	12

$\beta, ^\circ$	$z$
До 3	18
Св. 3 до 12	17
Св. 12 до 17	16
Св. 17 до 21	15
Св. 21 до 25	14
Св. 25 до 28	13
Св. 28 до 31	12
Св. 31 до 34	11
Св. 34 до 37	10
Св. 37 до 40	9
Св. 40 до 44	8
Св. 44 до 45	7

$\beta, ^\circ$	$z$
До 6	12
Св. 6 до 16	11
Св. 16 до 23	10
Св. 23 до 28	9
Св. 28 до 33	8
Св. 33 до 38	7
Св. 38 до 43	6
Св. 43 до 45	5

Следует учитывать, что с увеличением угла профиля коэффициент перекрытия уменьшается. Коэффициент перекрытия также уменьшается при увеличении коэффициента смещения  $x_1$  на шестерне, если коэффициент смещения на колесе  $x_2 \leq 0$ , что наглядно иллюстрирует рис. 3.

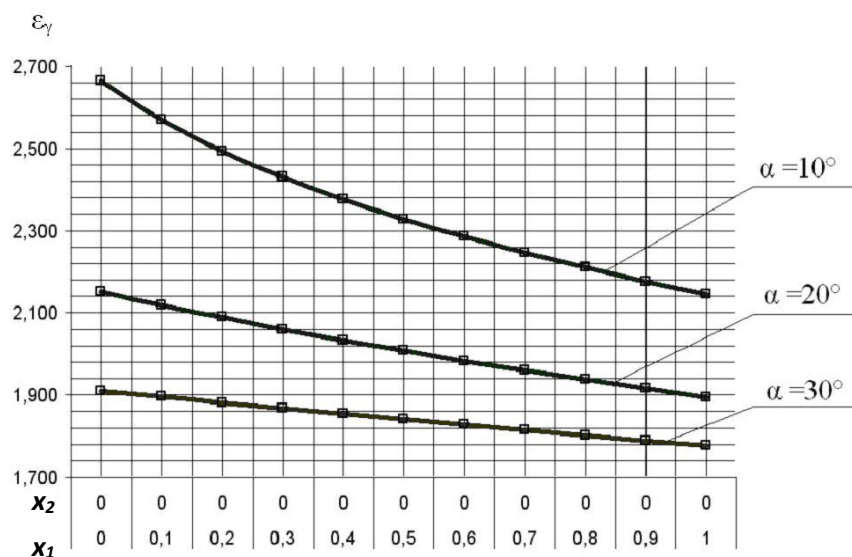


Рисунок 3 – Влияние угла профиля и коэффициента смещения на коэффициент перекрытия.

Графики на рисунке 3 построены для передачи:  $z_1=16$  и  $z_2=29$ ;  $m=7$  мм;  $\beta=15^\circ$ ;  $b_w=55$  мм – рабочая ширина зубчатого венца, углы профилей изменяются от  $\alpha=10^\circ$  до  $\alpha=30^\circ$ .

В таблице 6 приведены значения углов профилей, при которых наступает заострение зуба исходного контура при сохранении высотных параметров стандартного исходного реечного контура.

Таблица 6 – Значения углов профилей зуба, при котором наступает заострение исходного контура

$\alpha'',^\circ$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\alpha',^\circ$	47,21 1	46,72 9	46,23 5	45,72 9	45,20 9	44,67 4	44,12 4	43,55 8	42,97 6	42,37 4

$\alpha'',^\circ$	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
-------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$\alpha', ^\circ$	41,75 4	41,11 4	40,45 1	39,77 6	39,05 6	38,32	37,55 7	36,76 4	35,93 9	35,08 1
-------------------	------------	------------	------------	------------	------------	-------	------------	------------	------------	------------

$\alpha'', ^\circ$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$\alpha', ^\circ$	34,18 8	33,25 6	32,28 3	31,26 7	30,20 5	29,09 3	27,92 8	26,70 6	25,42 4	24,07 8

$\alpha'', ^\circ$	40	41	42	43	44	45	46	47
$\alpha', ^\circ$	22,66 2	21,17 4	19,60 8	17,95 9	16,22 2	14,39 4	12,46 8	10,44 1

Исходные данные для расчета и расчет межосевого расстояния  $a_w$  при заданных коэффициентах смещения  $x_1$  и  $x_2$  сведены в таблицы (см. табл.7, табл.8).

Таблица 7 – Исходные данные для расчета

Наименование параметра		Обозначение
Число зубьев	шестерни	$z_1$
	колеса	$z_2$
Модуль		$m$
Делительный угол наклона линии зуба		$\beta$
Специальный исходный контур	Углы профилей на более и менее нагруженных сторонах зуба	$\alpha', \alpha''$
	Коэффициент высоты головки	$h_a^*$
	Коэффициент граничной высоты	$h_l^*$
	Коэффициент радиального зазора	$c^*$
Коэффициент смещения	шестерни	$x_1$
	колеса	$x_2$

Таблица 8 – Расчет межосевого расстояния  $a_w$  при заданных коэффициентах смещения  $x_1$  и  $x_2$

1. Коэффициент суммы смещений	$x_\Sigma$	$x_\Sigma = x_1 + x_2$
2. Торцовые углы профилей исходного контура на более и менее нагруженных сторонах зуба	$\alpha'_t$ $\alpha''_t$	$tg\alpha'_t = \frac{tg\alpha'}{\cos\beta}$ $tg\alpha''_t = \frac{tg\alpha''}{\cos\beta}$
3. Углы зацепления (Углы зацепления находятся из системы трансцендентных уравнений)	$\alpha'_{tw}$ $\alpha''_{tw}$	$inv\alpha'_{tw} + inv\alpha''_{tw} = inv\alpha'_t + inv\alpha''_t + \frac{2x_\Sigma(tg\alpha'_t + tg\alpha''_t)}{z_1 + z_2}$ $\frac{\cos\alpha'_t}{\cos\alpha''_t} = \frac{\cos\alpha'_{tw}}{\cos\alpha''_{tw}}$
4. Межосевое расстояние	$a_w$	$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)\cos\alpha'_t}{2\cos\beta \cdot \cos\alpha'_{tw}} = \frac{m(z_1 + z_2)\cos\alpha''_t}{2\cos\beta \cdot \cos\alpha''_{tw}}$

Система трансцендентных уравнений в строке 3 таб. 8 показывает, что углы зацепления не независимы, если этого не учесть и производить расчеты в соответствии с ГОСТ 16532-70 по каждому углу профиля отдельно, то коэффициенты смещения будут разные по разным сторонам зуба и, следовательно, межосевые расстояния по разным сторонам зуба также будут различны, что невозможно.

Расчет диаметров зубчатых колес производится по аналогии с ГОСТ 16532-70[2].

В качестве примера рассмотрим передачу со следующими параметрами:  $m=9$  мм;  $z_1=13$ ;  $z_2=32$ ;  $\beta=12^\circ$ ;  $x_1=+0,2$ ;  $x_2=-0,425$ ; углы профилей  $\alpha'$  –изменяется от  $20^\circ$  (стандартный исходный реечный контур) до  $38^\circ$  (представленный на рис. 2),  $\alpha''=20^\circ$ , изменения углов зацепления при вращении в прямом и обратном направлении сведены в табл.9.

Таблица 9 – Результаты расчета углов зацепления в прямом и обратном направлениях вращения

$\alpha''$ , град	$\alpha'$ , град	$\alpha'_{tw}$ , град	$\alpha''_{tw}$ , град
20	20	18,765	
	22	18,772	20,979

	25	18,780	24,236
	28	18,787	27,440
	30	18,791	29,554
	33	18,795	32,700
	35	18,798	34,783
	38	18,801	37,889

Как видно из примера, по мере увеличения угла профиля на более нагруженной стороне зуба  $\alpha'$ , увеличивается не только угол зацепления при вращении в прямом направлении  $\alpha_{tw}'$ , но и угол зацепления на менее нагруженной стороне зуба при вращении пары в обратном направлении  $\alpha_{tw}''$  при неизменном  $\alpha''$ .

## ЛЕКЦИЯ 8

### ВОЗМОЖНЫЕ ИСХОДНЫЕ РЕЕЧНЫЕ КОНТУРЫ ДЛЯ НАРЕЗАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С НЕСИММЕТРИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ

**По материалам статьи** Тимофеев Б.П., Д.А. Фролов Возможные исходные реечные контуры для нарезания зубчатых колес с несимметричным профилем// Теория механизмов и машин. №1(2), 2004. С. 56-61

#### Введение

Две стороны профиля зуба зубчатого колеса функционально различны для большинства механизмов: либо рабочая нагрузка на одном профиле значительно выше, чем на другом, либо нагрузка одинакова, но используется для одного из профилей в течение существенно более длительного периода времени. И в том и в другом случае несимметричный зуб может обеспечить одинаковый срок службы по обеим сторонам. В зубчатых передачах с несимметричным профилем обе стороны зуба участвуют в передаче вращательного движения и нагрузки.

Один из профилей, испытывающий большую нагрузку, улучшается за счёт менее нагружаемого профиля. Применение несимметричных зубьев позволяет повысить несущую способность эвольвентных передач по контактной и изгибной прочности в основном (более нагруженном) направлении вращения за счет увеличения угла зацепления. Как указано в работе Э.Б.Вулгакова [1], при расчёте контактных напряжений по формуле Герца, контактные напряжения  $\sigma_n$  прямо пропорциональны  $\cos \alpha_w^{1/2}$ . Это

означает, что увеличение угла зацепления  $\alpha_w$  с  $20^\circ$  до  $30^\circ$ , при прочих равных условиях, приведёт к уменьшению контактных напряжений в 1,16 раза, что позволит увеличить передаваемую нагрузку более чем в 1,34 раза. Из формулы по расчёту толщины масляной плёнки следует, что в полюсе зацепления она является функцией  $\varphi = \sin^{1,15} \alpha_w \cos^{0,15} \alpha_w$ . При прочих равных условиях увеличение угла зацепления  $\alpha_w$  с  $20^\circ$  до  $30^\circ$  сопровождается увеличением толщины масляной плёнки примерно в 1,5 раза. Такой рост толщины масляной плёнки, в свою очередь, приводит к образованию естественного демпфера колебаний в зацеплении, а также к увеличению долговечности передачи, к уменьшению тепловыделения и потерь на трение. Нельзя забывать о негативной стороне повышения угла зацепления  $\alpha_w$ . При том же крутящем моменте и межосевом расстоянии увеличение угла зацепления  $\alpha_w$  приводит к увеличению радиальных сил, действующих на опоры.

В основу рассматриваемых передач положен несимметричный исходный реечный контур. Такой контур можно получить, если у симметричного контура с углом профиля  $\alpha$  одну из боковых сторон повернуть вокруг точки её пересечения с делительной прямой на некоторый угол. При этом у несимметричного контура сохраняются прежняя толщина зуба на делительной прямой  $s = 0,5\pi m$ , а также высотные размеры зуба, определяемые коэффициентами  $h_a^*, c^*, h_f^*$ . Изменяются лишь толщины зубьев на любой прямой, параллельной делительной [2].

Инструмент, в основе которого лежит исходный контур, должен обеспечивать:

- минимальную ширину дна впадины зубчатого колеса;
- отсутствие заострения зубьев на окружности вершин зубчатого колеса;
- сохранение стандартных высотных параметров зубьев зубчатого колеса.

Исходя из этого, можно сформулировать основные требования к исходному реечному контуру:

- отсутствие заострения на прямой впадин;
- наличие минимального радиуса переходной кривой;
- сохранение высотных параметров по ГОСТ 13755-81.

## **2 Влияние основных геометрических параметров на форму зуба с несимметричным профилем.**

Определим влияние угла наклона линии зубьев и коэффициента смещения на форму несимметричного зуба при числах зубьев  $z=9$  и  $z=37$  и углами профиля  $\alpha_1 = 20^\circ$ ,  $\alpha_2 = 40^\circ$  (рис 1). На рис.1 изображены исходный и исходный производящий контуры.



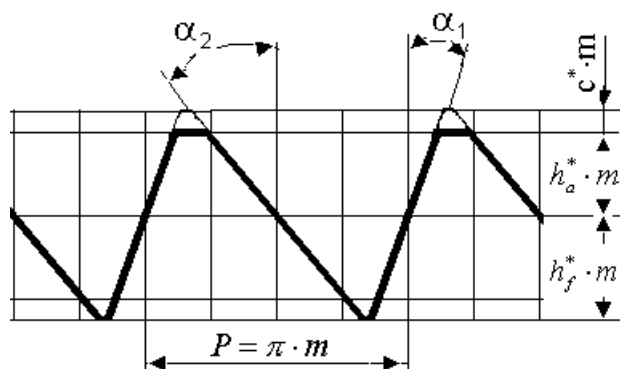


Рисунок 1 – Влияние угла наклона на форму зубьев

В таблице 1 представлены исходные производящие контуры и профили образованных ими зубьев в торцовом сечении для углов наклона линии зубьев  $\beta=0^\circ$ ,  $\beta=15^\circ$  и  $\beta=33^\circ$  (коэффициент смещения  $x=0$ ).

Таблица 1

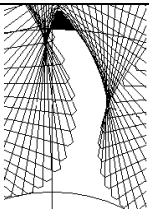
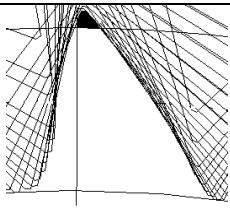
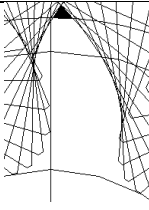
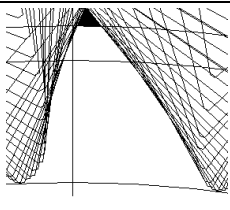
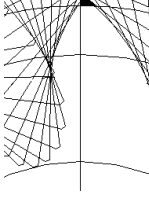
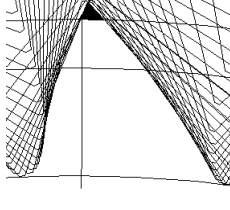
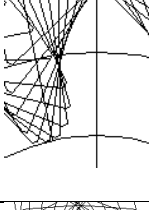
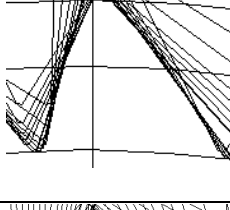
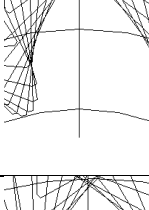
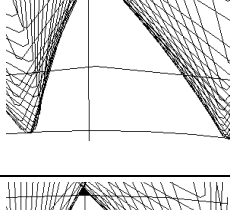
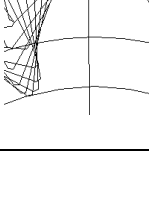
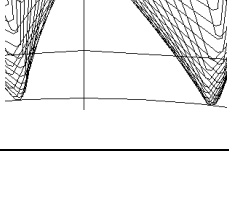
Угол наклона	Исходный производящий контур (торцовое сечение)	Форма зуба ( $x=0$ )	
		$z=9$	$z=37$
$\beta=0^\circ$			
$\beta=15^\circ$			
$\beta=33^\circ$			

Из таблицы 1 видно, что с увеличением угла наклона в торцовом сечении увеличиваются:

- толщина зуба на делительной окружности;
- толщина зуба у основания;
- толщина зуба на окружности вершин.

:

Таблица 2 – Влияние коэффициента смещения на форму зубьев


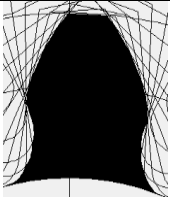

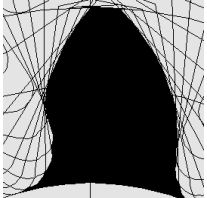

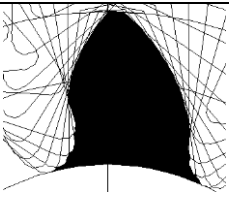

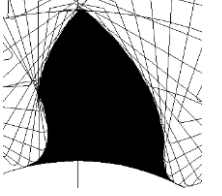
Коэффициент смещения	Форма зуба при $z=9$ ( $\beta=0^\circ$ )	Форма зуба при $z=37$ ( $\beta=0^\circ$ )
$x=-1$		
$x=-0.5$		
$x=-0.3$		
$x=0$		
$x=+0.3$		
$x=+0.5$		

Из таблицы 2 видно, что с увеличением коэффициента смещения увеличивается толщина зуба на делительной окружности, уменьшается толщина зуба на окружности вершин зубьев, уменьшается радиус впадин зубчатого колеса, увеличивается толщина зубьев на окружности впадин и, как следствие, уменьшается подрезание зубьев. При  $z=9$  заострение зуба происходит при  $x \approx +0,3$ , а с увеличением коэффициента смещения происходит уменьшение высоты головки зуба. При  $z=37$ , как видно из рисунка, заострения зуба не происходит даже при коэффициенте смещения  $x=+0,5$ .

### 3 Возможные исходные производящие контуры для нарезания зубчатых колёс с несимметричным профилем.

Угол профиля левой стороны зуба оставим равным  $20^\circ$ , а угол профиля правой стороны зуба будем изменять с  $25^\circ$  до  $40^\circ$  (таблица 3), при этом угол наклона линии зубьев  $\beta=0^\circ$  и коэффициент смещения  $x=0$ .

Таблица 3.

Угол профиля $\alpha_1 = 20^\circ$	Исходный производящий контур (нормальное сечение)	Форма зуба ( $\beta=0^\circ$ ; $x=0$ )
$\alpha_2 = 25^\circ$		
$\alpha_2 = 30^\circ$		
$\alpha_2 = 35^\circ$		
$\alpha_2 = 40^\circ$		

При угле профиля равном  $40^\circ$  будем иметь минимально возможный радиус кривизны переходной кривой, так как заострение на линии впадин возникнет уже при угле профиля равном  $41^\circ$ .



	40°				1,080	0,491	1,194	0,056
--	-----	--	--	--	-------	-------	-------	-------

#### Примечания

1.  $h_a^*$  - коэффициент высоты головки;
2.  $h_f^*$ -коэффициент высоты ножки;
3.  $c^*$  - коэффициент радиального зазора;
4.  $\rho^*$ - коэффициент радиуса кривизны переходной кривой;
5.  $L_1, L_2, b$  - параметры, характеризующие положение центра окружности ( $L_1 = L_1^* \cdot m$ ;  $L_2 = L_2^* \cdot m$ ;  $b = b^* \cdot m$ , где  $m$  - модуль).

Если профиль зацепления будет модифицирован, а нагрузка приложена в районе полюса зацепления, то радиус кривизны переходной кривой не существенен, поскольку напряжение изгиба не является опасным. Если точка приложения нагрузки может переходить на верхнюю кромку, то при выборе коэффициента радиуса кривизны переходной кривой надо учитывать напряжение изгиба, при этом следует помнить, что смысл увеличения угла профиля заключается в снижении именно контактных напряжений.

**Алгоритм выбора варианта контрольной работы следующий:**

**контрольная работа состоит из введения, основной части, заключения. Номер контрольной работы соответствуют порядковому номеру студента в списке группы.**

#### Задания для выполнения контрольной работы

1. Модификация цилиндрических эвольвентных зубчатых колес, как возможность повышения их нагрузочной способности
2. Прогрессивные зубчатые передачи на базе фундаментальных эффектов прочности
3. Оценка противоречивости теории и практики как критерий достоверности физических основ совершенствования силовых зубчатых передач
4. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зуба на вершине
5. Эвольвентные передачи обобщенного исходного контура и их геометрический расчет

- 6. Применение оптимизационных методов и интерактивного блокирующего контура при выборе коэффициентов смещения (корректировании) цилиндрических эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления**
- 7. Расчет геометрических параметров цилиндрических эвольвентных передач с несимметричными зубьями**
- 8. Возможные исходные реечные контуры для нарезания зубчатых колес с несимметричным профилем**

#### **Требования по выполнению и оформлению**

**Контрольная работа должна быть выполнена листах формата А4, на одной стороне листа. Текст может быть выполнен одним из следующих способов:**

- рукописным способом, аккуратно, четким разборчивым почерком, чернилами (пастой) одного цвета (черного или синего);**
- с помощью текстовых редакторов шрифтом Times New Roman, размер шрифта – 14пт, межстрочный интервал – полуторный (1,5).**

**Опечатки, описки допускается исправлять закрашиванием корректором для бумаги и нанесением на том же месте исправленного текста.**

**Нумерация страниц сквозная, первым листом считается титульный лист, номер страницы на нем не проставляется.**

**Структурные схемы механизмов, должны быть выполнены аккуратно с использованием чертёжных инструментов, либо представлены в сканированном виде или в виде фотографий. Работа должна иметь:**

- титульный лист, оформленный, согласно общеуниверситетским требованиям;**
- содержание;**
- введение;**
- основную часть;**
- заключение;**
- список использованных источников.**

**Пример выполнения и оформления контрольной работы представлен в приложении А.**

## **ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**Форма титульного листа контрольной работы**



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)**

**Факультет «Энергетика и нефтегазопромышленность»**

**Кафедра «Машина и оборудование нефтегазового комплекса»**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № \_\_\_\_\_**

**по дисциплине «Перспективы применения передач зацеплением в машинах  
нефтегазовых промыслов»**

**на**

**тему \_\_\_\_\_**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Магистрант \_\_\_\_\_**

**И.О. Фамилия**

**подпись**

**Адрес**

---

---

---

**Направление подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование»**

**ОПОП: Совершенствование элементов конструкций машин и оборудования  
нефтегазовых промыслов**

**Обозначение контрольной работы** \_\_\_\_\_

**Группа** \_\_\_\_\_

**Работа защищена**

**Преподаватель** \_\_\_\_\_ **И.О. Фамилия**

подпись, дата

**201\_**



## **Пример оформления содержания**

### **СОДЕРЖАНИЕ**

#### **ВЕДЕНИЕ**

Закладка не определена.

**1**Ошибка!

#### **1 Основная часть**

**Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых  
промыслов**

**5**

*Последующие листы*

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**31**

#### **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

**32**

## Пример основной части

Модификация цилиндрических эвольвентных зубчатых колес, как возможность повышения их нагрузочной способности

Цилиндрические эвольвентные передачи весьма чувствительны к таким погрешностям, которые вызывают кромочный контакт и повышенные напряжения. С целью ослабления или исключения торцевого кромочного контакта используют продольную модификацию рабочих поверхностей зубьев (обычно одного из пары колес), придавая им слегка бочкообразную форму.

При наличии технологических погрешностей и деформаций деталей происходит перекатывание поверхностей таких зубьев в продольном направлении с перемещением контактной площадки в сторону одного из торцов зубчатого венца. Учитывая, что бочкообразные зубья работают в условиях локального контакта (объемного напряженного деформированного состояния), предлагается изгибные напряжения в основании зубьев, выполненных на базе стандартного исходного контура, определять по формуле, соответствующей формуле для зубчатых передач Новикова, тоже работающих в условиях локального контакта:

$$\sigma_F = 2TY_E \cdot Y_{ves} \cdot Y_{\alpha\beta} \cdot K_F / (m^3 z), \quad (1)$$

где  $T$  – передаваемый крутящий момент;

$m$  – модуль колес;

$z$  - число зубьев колеса;

$Y_E$  - коэффициент, учитывающий влияние перекрытия зубьев;

$Y_{ves}$  - приведенный объемный коэффициент, учитывающий распределение нагрузки вдоль длины бесконечно длинного зуба;

$K_F$  – коэффициент нагрузки.

Коэффициент нагрузки можно представить в виде традиционной формулы:

$$K_F = K_A \cdot K_{Fv} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}, \quad (2)$$

где  $K_A$  и  $K_{Fv}$  - коэффициенты внешней и внутренней динамической нагрузки;

$K_{F\alpha}$  - коэффициент распределения нагрузки между зубьями;

$K_{F\beta}$  - коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий.

Предлагается, что коэффициенты  $K_A$ ,  $K_{F\alpha}$ ,  $K_{Fv}$  можно принять в первом приближении равными, как для передач с обычными зубьями.

Проведенные исследования показали, что продольная модификация зубьев (бочкообразность) позволяет существенно снизить изгибные напряжения в 1,2-1,3 раза и повысить нагрузочную способность зубчатой передачи. На рисунке 1 представлена картина контактного взаимодействия зубьев колес в полюсной зоне.

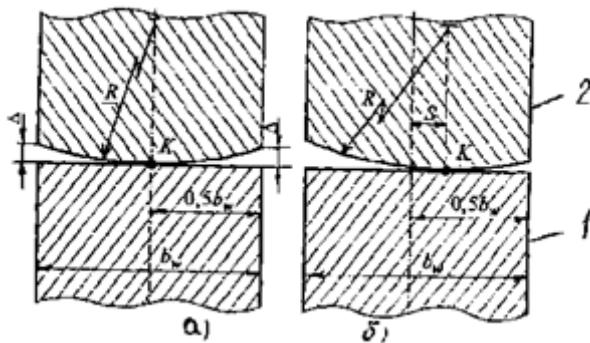


Рисунок 1 - Модель контактного взаимодействия зубьев 1 и 2 при отсутствии (а) и наличии (б) перекоса:

$K$  - точка контакта зубьев;  $b_w$  - длина зуба;  $S$  - смещение точки  $K$  от середины  $b_w$ ;  $\Delta$  - степень бочкообразности зуба

Одной из причин снижения несущей способности зубчатых передач является возникновение вибраций, возбуждаемых переменной жесткостью зацепления и скачкообразным нагружением зубьев. Данные факторы не определяются только погрешностями и поэтому их нельзя устранить повышением точности изготовления и монтажа. Однако их можно устранить с помощью профильной модификации зубьев, называемой фланкированием.

В работе была рассмотрена косозубая передача с суммарным коэффициентом

перекрытия  $2 \leq \epsilon_{\Sigma} \leq 3$  при  $\epsilon_{\alpha} < \epsilon_{\beta}$ , где  $\epsilon_{\Sigma} = \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta}$ , где  $\epsilon_{\alpha}$ ,  $\epsilon_{\beta}$  - коэффициенты торцевого и осевого перекрытий.

Поле зацепления и функция изменения жесткости  $C_k$  к  $i$ -й пары зубьев во времени  $\tau$  показаны на рисунке 2 а и б, где  $\tau = t / T_z$ ,  $t$  - текущее время,  $T_z$  – период зубцовой частоты.

Изменение статической нагрузки  $P_k$  в к  $i$ -й паре зубьев по фазе зацепления показано на рисунке 2, в, линия 1. Участки  $\tau^*$  соответствуют кромочному зацеплению зубьев на входе и выходе из зацепления.

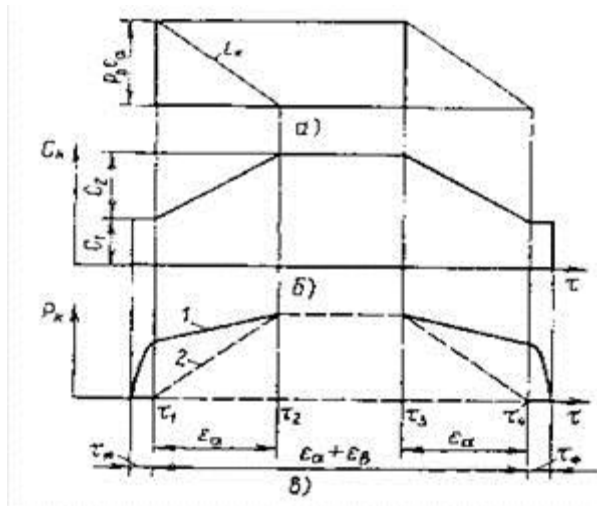


Рисунок 2 – Изменение статической нагрузки к  $i$ -й паре зубьев по фазе зацепления показано

## Пример оформления списка использованных источников

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Харитонов, С.А. [Расчет и проектирование планетарных коробок передач / С.А. Харитонов, М.В. Нагайцев, Е.Г. Юдин.](#) – М. : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2012 – 324 с.
2. Снарев, А.И. [Расчеты машин и оборудования для добычи нефти и газа / А.И. Снарев.](#) – М. : Инфра-Инженерия, 2013 – 218 с.

**Вопросы для рубежного контроля по дисциплине «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов»**

#### 1 рейтинг

##### Раздел 1 Основные направления совершенствования передач зацеплением

1. Пути увеличения нагрузочной способности и уменьшения вибраций в цилиндрических зубчатых передачах за счет модификации колес
2. Анализ практики контактных расчетов, выявление эффектов кривизны контакта упругих тел, моделируемых круговыми цилиндрами.
3. Физические основы совершенствования зубчатых передач, возможности значительного увеличения их несущей способности
4. Физическая основа выбора эффективных направлений совершенствования зубчатых передач
5. Влияние приведенного радиуса кривизны  $\rho$  на показатели деформативности и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанием
6. Область достоверности традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач
7. Уточнение (по схеме начально-точечного касания) методов контактного расчета упругих тел с номинально начально-линейным (или близким к нему) касанием

##### Раздел 2 Современные методы синтеза нетрадиционных передач зацеплением

8. Связь блокирующих контуров и методов проектирования зубчатых передач на основе методик нелинейного программирования.

9. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зуба на вершине

## **2 рейтинг**

10. Обобщенный исходный контур.
11. Двустороннее смещение эвольвентных колес.
12. Обобщённое образование эвольвентной передачи внешнего зацепления.
13. Обобщенная методика геометрического расчета.
14. Проверка качества зацепления, спроектированного на основе обобщенного исходного контура
15. Математическая модель зубчатой передачи, с системой ограничений, для использования в методах оптимизации
16. Программная реализация построения интерактивного блокирующего контура в системе КОМПАС-3D
17. Методика многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления, на основе подбора оптимальных значений коэффициентов смещения, исходя из критериев функционирования проектируемой передачи
18. Понятие изополей коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре, их форма для прямозубых и косозубых передач
19. Расчет основных геометрических параметров цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданном межосевом расстоянии  $a_w$
20. Расчет межосевого расстояния  $a_w$  цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданных коэффициентах смещения  $x_1$  и  $x_2$
21. Влияние основных геометрических параметров на форму зуба с несимметричным профилем.
22. Возможные исходные производящие контуры для нарезания зубчатых колёс с несимметричным профилем.

## **Билеты по дисциплине «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов»**

1. Пути увеличения нагрузочной способности и уменьшения вибраций в цилиндрических зубчатых передачах за счет модификации колес

2. Связь блокирующих контуров и методов проектирования зубчатых передач на основе методик нелинейного программирования.
3. Анализ практики контактных расчетов, выявление эффектов кривизны контакта упругих тел, моделируемых круговыми цилиндрами.
4. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зуба на вершине
5. Физические основы совершенствования зубчатых передач, возможности значительного увеличения их несущей способности
6. Обобщенный исходный контур.
7. Физическая основа выбора эффективных направлений совершенствования зубчатых передач
8. Двустороннее смещение эвольвентных колес.
9. Влияние приведенного радиуса кривизны  $\rho$  на показатели деформативности и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанием
10. Обобщённое образование эвольвентной передачи внешнего зацепления.
11. Область достоверности традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач
12. Обобщенная методика геометрического расчета.
13. Уточнение (по схеме начально-точечного касания) методов контактного расчета упругих тел с номинально начально-линейным (или близким к нему) касанием
14. Проверка качества зацепления, спроектированного на основе обобщенного исходного контура
15. Математическая модель зубчатой передачи, с системой ограничений, для использования в методах оптимизации
16. Возможные исходные производящие контуры для нарезания зубчатых колёс с несимметричным профилем.
17. Программная реализация построения интерактивного блокирующего контура в системе КОМПАС-3D
18. Влияние основных геометрических параметров на форму зуба с несимметричным профилем.
19. Методика многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления, на основе подбора оптимальных значений коэффициентов смещения, исходя из критериев функционирования проектируемой передачи

- 20 Расчет межосевого расстояния  $a_w$  цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданных коэффициентах смещения  $x_1$  и  $x_2$
- 21 Понятие изополей коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре, их форма для прямозубых и косозубых передач
- 22 Расчет основных геометрических параметров цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданном межосевом расстоянии  $a_w$ .



## **Вопросы для рубежного контроля по дисциплине «Перспективы применения передач зацеплением в машинах нефтегазовых промыслов»**

### ***1 рейтинг***

#### **Раздел 1 Основные направления совершенствования передач зацеплением**

23. Пути увеличения нагрузочной способности и уменьшения вибраций в цилиндрических зубчатых передачах за счет модификации колес
24. Анализ практики контактных расчетов, выявление эффектов кривизны контакта упругих тел, моделируемых круговыми цилиндрами.
25. Физические основы совершенствования зубчатых передач, возможности значительного увеличения их несущей способности
26. Физическая основа выбора эффективных направлений совершенствования зубчатых передач
27. Влияние приведенного радиуса кривизны  $\rho$  на показатели деформативности и несущей способности контакта упругих тел с близким к начально-линейному касанием
28. Область достоверности традиционных физических основ совершенствования зубчатых передач
29. Уточнение (по схеме начально-точечного касания) методов контактного расчета упругих тел с номинально начально-линейным (или близким к нему) касанием

#### **Раздел 2 Современные методы синтеза нетрадиционных передач зацеплением**

30. Связь блокирующих контуров и методов проектирования зубчатых передач на основе методик нелинейного программирования.
31. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зуба на вершине

### ***2 рейтинг***

32. Обобщенный исходный контур.
33. Двустороннее смещение эвольвентных колес.
34. Обобщённое образование эвольвентной передачи внешнего зацепления.
35. Обобщенная методика геометрического расчета.
36. Проверка качества зацепления, спроектированного на основе обобщенного исходного контура

37. Математическая модель зубчатой передачи, с системой ограничений, для использования в методах оптимизации
38. Программная реализация построения интерактивного блокирующего контура в системе КОМПАС-3D
39. Методика многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления, на основе подбора оптимальных значений коэффициентов смещения, исходя из критериев функционирования проектируемой передачи
40. Понятие изополей коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре, их форма для прямозубых и косозубых передач
41. Расчет основных геометрических параметров цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданном межосевом расстоянии  $a_w$
42. Расчет межосевого расстояния  $a_w$  цилиндрических эвольвентных косозубых передач с несимметричными зубьями при заданных коэффициентах смещения  $x_1$  и  $x_2$
43. Влияние основных геометрических параметров на форму зуба с несимметричным профилем.
44. Возможные исходные производящие контуры для нарезания зубчатых колёс с несимметричным профилем.